ЗАНЯТИЕ№38

Уважаемые курсанты, мы закончили тему Тригонометрические функции, уравнения, поэтому из темы **Функции, свойства**, **графики** (почти последней темы перед экзаменом) я сначала предлагаю тригонометрические функции, а потом все остальные. Во вторник на конференции задавайте вопросы по контрольной вариант 3 и мы начнем по вашему конспекту изучать новую тему. Предложенные графики должны быть начерчены карандашом в тетради.

Мы будем изучать степенные функции, показательные, логарифмические. Преобразование графиков. Будем делать таблицу. Обязательно нужно работать в тетради

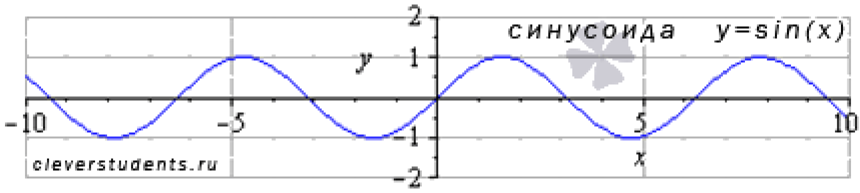
Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Все тригонометрические функции (синус, косинус, тангенс и котангенс) относятся к основным элементарным функциям. Сейчас мы рассмотрим их графики и перечислим свойства.

Тригонометрическим функциям присуще понятие *периодичности* (повторяемости значений функции при различных значениях аргумента, отличных друг от друга на величину периода $f(x+T)=f(x)$, где T - период), поэтому, в список свойств тригонометрических функций добавлен пункт *«наименьший положительный период»*. Также для каждой тригонометрической функции мы укажем значения аргумента, при которых соответствующая функция обращается в ноль.

Функция *y = sin x*.

Изобразим график функции синус, его называют "синусоида".



Свойства функции *y = sin x*.

- Областью определения функции синус является все множество действительных чисел, то есть, функция $y = \sin x$ определена при $x \in (-\infty; +\infty)$.
- Наименьший положительный период функции синуса равен двум пи: $T = 2\pi$.
- Функция обращается в ноль при $x = \pi \cdot k$, где $k \in Z$, Z – множество целых чисел.
- Функция синус принимает значения из интервала от минус единицы до единицы включительно, то есть, ее область значений есть $y \in [-1; 1]$.
- Функция синус - нечетная, так как $y(-x) = -y(x)$.

- Функция убывает при $x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi \cdot k\right], \quad k \in Z$,

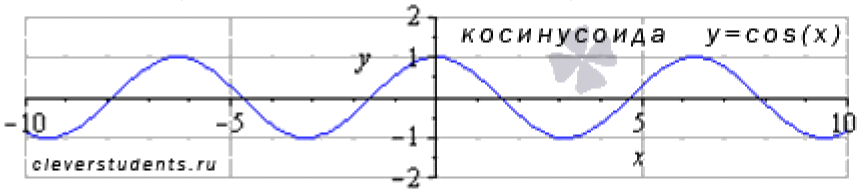
  возрастает при $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k\right], \quad k \in Z$.
- Функция синус имеет локальные максимумы в точках $\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k; 1\right)$,

  локальные минимумы в точках $\left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k; -1\right), \quad k \in Z$.
- Функция *y* = *sinx* вогнутая при $x \in [-\pi + 2\pi \cdot k; 2\pi \cdot k], \quad k \in Z$,

  выпуклая при $x \in [2\pi \cdot k; \pi + 2\pi \cdot k], \quad k \in Z$.
- Координаты точек перегиба $(\pi \cdot k; 0), \quad k \in Z$.
- Асимптот нет.

Функция *y* = *cos x*.

График функции косинус (его называют "косинусоида") имеет вид:



Свойства функции *y* = *cosx*.

- Область определения функции косинус: $x \in (-\infty; +\infty)$.
- Наименьший положительный период функции *y* = *cosx* равен двум пи: $T = 2\pi$.
- Функция обращается в ноль при $x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$, где $k \in Z$, *Z* – множество целых чисел.
- Область значений функции косинус представляет интервал от минус единицы до единицы включительно: $y \in [-1; 1]$.
- Функция косинус - четная, так как $y(-x) = y(x)$.
- Функция убывает при $x \in [2\pi \cdot k; \pi + 2\pi \cdot k], \quad k \in Z$,

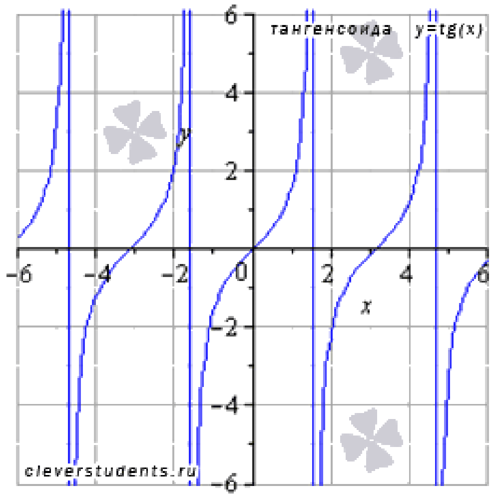
  возрастает при $x \in [-\pi + 2\pi \cdot k; 2\pi \cdot k], \quad k \in Z$.
- Функция *y* = *cosx* имеет локальные максимумы в точках $(2\pi \cdot k; 1), \quad k \in Z$,

  локальные минимумы в точках $(\pi + 2\pi \cdot k; -1), \quad k \in Z$.

- Функция вогнутая при $x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi \cdot k\right], \quad k \in Z$,
  выпуклая при $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k\right], \quad k \in Z$.
- Координаты точек перегиба $\left(\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; 0\right), \quad k \in Z$.
- Асимптот нет.

Функция *y = tg x*.

График функции тангенс (его называют "тангенсоида") имеет вид:



Свойства функции тангенс *y = tgx*.

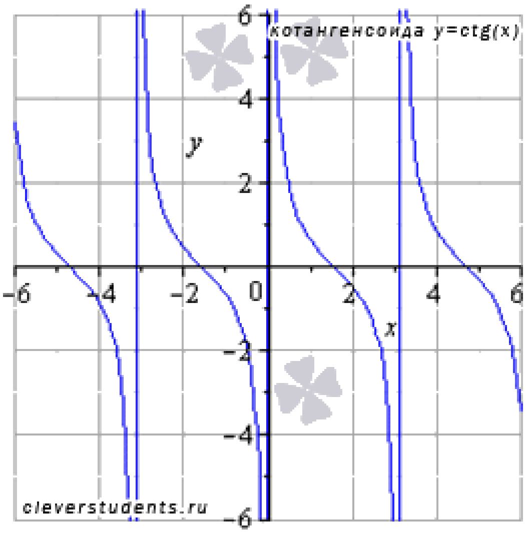
- Область определения функции тангенс: $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k\right)$,
  где $k \in Z$, *Z* – множество целых чисел.
  Поведение функции *y* = *tgx* на границе области определения $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k + 0} tg(x) = -\infty, \quad \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k - 0} tg(x) = +\infty$
  Следовательно, прямые $x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$, где $k \in Z$, являются вертикальными асимптотами.
- Наименьший положительный период функции тангенс $T = \pi$.
- Функция обращается в ноль при $x = \pi \cdot k$, где $k \in Z$, *Z* – множество целых чисел.
- Область значений функции *y* = *tgx*: $y \in (-\infty; +\infty)$.
- Функция тангенс - нечетная, так как $y(-x) = -y(x)$.
- Функция возрастает при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k\right), \quad k \in Z$.

- Функция вогнутая при $x \in \left[\pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k\right), \quad k \in Z$,

  выпуклая при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; \pi \cdot k\right], \quad k \in Z$.
- Координаты точек перегиба $(\pi \cdot k; 0), \quad k \in Z$.
- Наклонных и горизонтальных асимптот нет.

Функция *y = ctg x*.

Изобразим график функции котангенс (его называют "котангенсоида"):



Свойства функции котангенс *y = ctgx*.

- Область определения функции котангенс: $x \in (\pi \cdot k; \pi + \pi \cdot k)$, где $k \in Z$, *Z* – множество целых чисел.

  Поведение на границе области определения $\lim\limits_{x \to \pi \cdot k + 0} tg(x) = +\infty, \quad \lim\limits_{x \to \pi \cdot k - 0} tg(x) = -\infty$

  Следовательно, прямые $x = \pi \cdot k$, где $k \in Z$ являются вертикальными асимптотами.
- Наименьший положительный период функции *y = ctgx* равен пи: $T = \pi$.
- Функция обращается в ноль при $x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$, где $k \in Z$, *Z* – множество целых чисел.
- Область значений функции котангенс: $y \in (-\infty; +\infty)$.
- Функция нечетная, так как $y(-x) = -y(x)$.
- Функция *y = ctgx* убывает при $x \in (\pi \cdot k; \pi + \pi \cdot k), \quad k \in Z$.

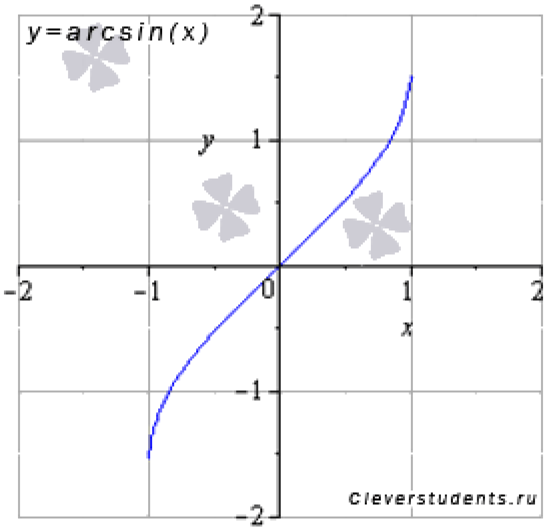
- Функция котангенс вогнутая при $x \in \left(\pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k\right], \quad k \in Z$, выпуклая при $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; \pi \cdot k\right), \quad k \in Z$.
- Координаты точек перегиба $\left(\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; 0\right), \quad k \in Z$.
- Наклонных и горизонтальных асимптот нет.

Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

Обратные тригонометрические функции (арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс) являются основным элементарным функциями. Часто из-за приставки "арк" обратные тригонометрические функции называют аркфункциями. Сейчас мы рассмотрим их графики и перечислим свойства.

Функция арксинус *y = arcsin(x)*.

Изобразим график функции арксинус:

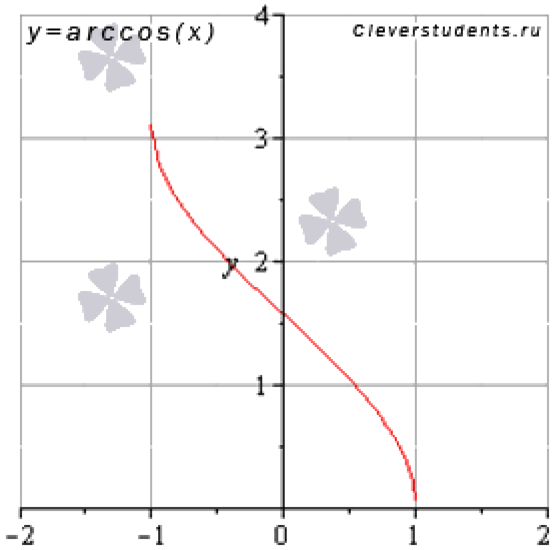


Свойства функции арксинус *y = arcsin(x)*.

- Областью определения функции арксинус является интервал от минус единицы до единицы включительно: $x \in [-1; 1]$.
- Область значений функции *y = arcsin(x)*: $y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
- Функция арксинус - нечетная, так как $y(-x) = -y(x)$.
- Функция *y = arcsin(x)* возрастает на всей области определения, то есть, при $x \in [-1; 1]$.
- Функция вогнутая при $x \in [0; 1]$, выпуклая при $x \in [-1; 0]$.
- Точка перегиба *(0; 0)*, она же ноль функции.
- Асимптот нет.

Функция арккосинус *y = arccos(x)*.

График функции арккосинус имеет вид:

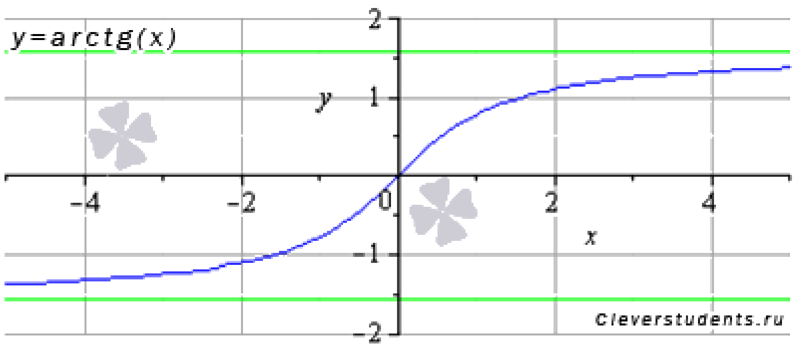


Свойства функции арккосинус *y = arccos(x)*.

- Область определения функции арккосинус: $x \in [-1; 1]$.
- Область значений функции *y = arccos(x)*: $y \in [0; \pi]$.
- Функция не является ни четной ни нечетной, то есть, она общего вида.
- Функция арккосинус убывает на всей области определения, то есть, при $x \in [-1; 1]$.
- Функция вогнутая при $x \in [-1; 0]$, выпуклая при $x \in [0; 1]$.
- Точка перегиба $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- Асимптот нет.

Функция арктангенс *y = arctg(x)*.

График функции арктангенс имеет вид:



Свойства функции арктангенс *y = arctg(x)*.

- Область определения функции *y = arctg(x)*: $x \in (-\infty; +\infty)$.
- Область значений функции арктангенс: $y \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
- Функция арктангенс - нечетная, так как $y(-x) = -y(x)$.

- Функция возрастает на всей области определения, то есть, при $x \in (-\infty; +\infty)$.
- Функция арктангенс вогнутая при $x \in (-\infty; 0]$, выпуклая при $x \in [0; +\infty)$.
- Точка перегиба *(0; 0)*, она же ноль функции.
- Горизонтальными асимптотами являются прямые $y = -\frac{\pi}{2}$ при $x \to -\infty$ и $y = \frac{\pi}{2}$ при $x \to +\infty$. На чертеже они показаны зеленым цветом.

Функция арккотангенс *y = arcctg(x)*.

Изобразим график функции арккотангенс:

Свойства функции арккотангенс *y = arcctg(x)*.

- Областью определения функции арккотангенс является все множество действительных чисел: $x \in (-\infty; +\infty)$.
- Область значений функции *y = arcctg(x)*: $y \in (0; \pi)$.
- Функция арккотангенс не является ни четной ни нечетной, то есть, она общего вида.
- Функция убывает на всей области определения, то есть, при $x \in (-\infty; +\infty)$.
- Функция вогнутая при $x \in [0; +\infty)$, выпуклая при $x \in (-\infty; 0]$.
- Точка перегиба $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
- Горизонтальными асимптотами являются прямые $y = \pi$ при $x \to -\infty$ (на чертеже показана зеленым цветом) и *y = 0* при $x \to +\infty$