Решение задач на тему «Однофазные цепи переменного тока. Комплексное представление электрических величин»

Задание:

1) Повторить теорию, при необходимости – законспектировать.
2) Разобрать примеры решения задач.
3) Решить задачи по образцу. Задачи решать в тетради для практических работ.

Краткое теоретическое содержание:

Если значения тока, напряжения или ЭДС изменяются со временем, то они называются **переменными**. Каждое из этих значений в любой момент времени называется **мгновенным**. Для гармонического (синусоидального, переменного) тока и напряжения **закон Ома** выполняется для средних, мгновенных и действующих значений:

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_\iota)$$

$$u(t) = R \cdot i(t) = R \cdot I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_\upsilon)$$

Здесь *u(t), i(t)* – мгновенные значения напряжения и тока, U_m, I_m - амплитуды напряжения и тока, φ_υ ,φ_ι – начальная фаза напряжения и тока, ω – угловая частота колебаний.

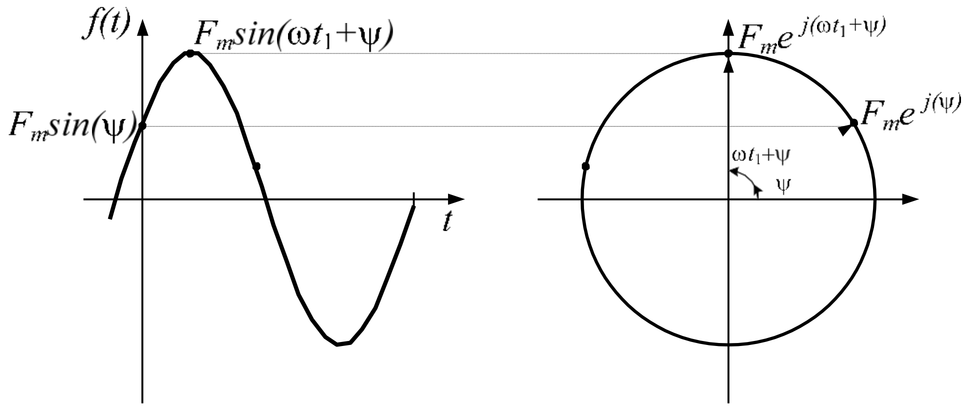
Действующее значение синусоидального тока (напряжения) равнозначению постоянного тока (напряжения), при котором на резистивном элементе за время равное периоду выделяется такое же количество тепловой энергии, что и при переменном токе (напряжении).

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

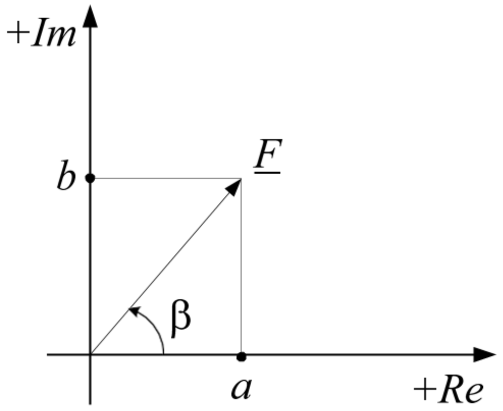
Представление синусоидальных величин комплексными числами

Синусоидальные величины – ток, напряжение и ЭДС могут бытьпредставлены в виде комплексных чисел.



Если радиус длиной F_m вращать против часовой стрелки с постоянной угловой частотой ω, то его проекция на ось ординат будет соответствовать синусоидальной функции $f(t)=F_m \cdot sin(\omega t+\varphi)$

Перенесем радиус-вектор из декартовой системы координат наплоскость комплексных чисел



Длина этого вектора равна действующему значению синусоидальной величины:

$\underline{F} = \dot{F} = \frac{\dot{F}_m}{\sqrt{2}} = F \cdot e^{j\varphi}$ – **комплекс действующего значения функции.**

$j = \sqrt{-1}$ – **мнимая единица**, F_m – **модуль**, φ – **аргумент комплексного числа.**

Существует **3 формы записи комплексного значения** синусоидальной функции:

1. Показательной $\boldsymbol{\dot{F} = F_m e^{j\varphi}}$
2. Тригонометрической $\boldsymbol{\dot{F} = F_m \cdot \cos\varphi + j \cdot F_m \cdot \sin\varphi}$
3. Алгебраической $\boldsymbol{\dot{F} = x + jy}$

Все три формы записи комплексного числа являются равнозначными/

При решении задач возникает необходимость перехода от алгебраической к показательной форме, и наоборот.

1) Преобразование показательной формы в алгебраическую

$$\boldsymbol{F_m e^{j\varphi} = x + jy}$$

Где $\boldsymbol{x=F_m \cdot cos\varphi}$ – действительная часть комплексного числа;

y= $\boldsymbol{F_m \cdot sin\varphi}$ – мнимая часть комплексного числа.

2) Преобразование алгебраической формы в показательную

$$\boldsymbol{x + jy = F_m e^{j\varphi}}$$

Где $F_m = \sqrt{x^2 + y^2}$ – модуль комплексного числа;

$\varphi = arctg\frac{y}{x}$ - аргумент комплексного числа.

Пример 1. ***Представление синусоидальной функции комплексным числом:***

1.1 i(t)=25sin(50t+30º)

$$\dot{I}_m = 25e^{j30º}$$

1.2 $i(t) = 5\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{6}$

$$\dot{I}_m = 5\sqrt{2}e^{j\frac{\pi}{6}}$$

Пример 2. ***Перевод из показательной формы в алгебраическую:***

2.1 $2e^{j60^\circ} = 2\cos 60 + j\cdot 2\sin 60 = 2\cdot 0.5 + j\cdot 2\cdot 0.866 = 1 + j\cdot 1.732$

2.2 $7.5e^{j\frac{3\pi}{4}} = 7.5\cdot cos\frac{3\pi}{4} + j\cdot 7.5\cdot sin\frac{3\pi}{4} = 7.5\cdot(-0.71) + j\cdot 7.5\cdot 0.71 = -5.3 + j\cdot 5.3$

Пример 3. ***Перевод из алгебраической в показательную форму:***

3.1 $3 + j\cdot 4 = \sqrt{3^2+4^2}\cdot e^{j\cdot arctg\frac{4}{3}} = 5e^{j0{,}9273} = 5e^{j53.13^\circ}$

Если в вашем калькуляторе arctg считаете в радианах, то для перевода в градусы необходимо радианы умножить на 57,3.

1 рад = 57,3°

0,9273 рад = 0,9273·57,3°=53,13°

Пример 4. ***Переход от комплексной амплитуды к синусоидальной функции:***

4.1 $\dot{I}_m = -5 + j\cdot 5 = \sqrt{(-5)^2+5^2}\cdot e^{j\cdot arctg\frac{5}{(-5)}} = 5\sqrt{2}e^{-j\cdot 0.7854} = 5\sqrt{2}e^{-j\cdot 45^\circ}, A$

$i(t) = 5\sqrt{2}\cdot\sin(\omega t - 0.7854) = 5\sqrt{2}\cdot\sin(\omega t - 45^\circ)$, *A*

Можно найти и действующее значение тока:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\text{ A}$$

<u>Таблица синусов и косинусов</u>

Угол	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
Функция	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1

Задача 1: ***Представить синусоидальную функцию комплексным числом:***

а) $i(t)=20\sin(10t+45^{o})$

б) $i(t)=20\sin(3t-\pi/2)$

в) $u(t)=311\sin(10t+2\pi/3)$

г) $e(t)=230\sin(\omega t-30)$

Задача 2: ***Перевести комплексное число из показательной формы в алгебраическую:***

а) $25e^{j180°}$

б) $-3e^{j\frac{\pi}{2}}$

в) $31e^{-j60°}$

г) $-5e^{-j}$

Задача 3: ***Перевести комплексное число из алгебраической в показательную форму, аргумент представить в градусах:***

а) $4+j\cdot 3$

б) $5-3j$

в) $-2+j\cdot 4$

г) $-3-j3$

Задача 4: ***Перевести электрические величины из комплексной формы в синусоидальную функцию. Найти действующие значения:***

а) $\dot{I}_m = 4 - j3$

б) $\dot{U}_m = 3\sqrt{2}e^{j90°}$

в) $\dot{E}_m = -2 + j10$

г) $\dot{I}_m = 3\cos\pi + j \cdot 4\sin\pi$