

Занятие №30

Это занятие содержит в себе занятие №29. По занятию № 28 мы работали на конференции во вторник, готовились к тесту, к тесту еще поготовимся на конференции 10.10.20 (вторник), и в среду будет тест.

Сейчас у нас новая тема: обратные тригонометрические функции, уравнения.

Про обратные тригонометрические функции ($\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctg x$) тоже будем разговаривать на конференции.

Сделать конспект лекции, особое внимание обратным тригонометрическим функциям.

Тема 2.4. Обратные тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения.

Тригонометрическим уравнением называется уравнение, содержащее переменную под знаком тригонометрических функций.

Простейшими тригонометрическими уравнениями являются уравнения вида: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.

Рассмотрим, при каких значениях a тригонометрические уравнения разрешимы и как правильно находить все решения таких уравнений.

Уравнение $\sin t = a$

Так как множество значений функции $y = \sin x$ – отрезок $[-1; 1]$, то данное уравнение разрешимо тогда и только тогда, когда $|a| \leq 1$.

Далее, из-за периодичности функции $y = \sin x$, каждому значению a соответствует бесконечное множество решений. Поэтому все решения описываются формулами:

$$\begin{cases} x_1 = \arcsin a + 2\pi k \\ x_2 = \pi - \arcsin a + 2\pi k, \quad k \in Z \end{cases}$$

или обобщенной формулой:

$$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, \quad k \in Z.$$

Заметим, что $\arcsin(-a) = -\arcsin a$.

Пример. Решить уравнение $\sin x = \frac{1}{2}$.

Решение:

$$x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{2} + \pi k, \quad k \in Z,$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in Z.$$

Ответ:

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in Z.$$