

## Занятие 15

Тема. Переход к новому основанию. Преобразование логарифмических выражений.

*Уважаемые курсанты! Работая над данной темой, вам необходимо вспомнить формулы, которые были даны на 13 и 14 занятиях. Обратитесь, пожалуйста, к своим записям. Напоминаю, что формулы необходимо выписать в отдельную тетрадь – тетрадь со справочными материалами, которая вам пригодится на экзамене.*

### Переход к новому основанию логарифма

1. Вычислите:

а)  $\log_2 \frac{1}{3} + \log_4 9$ ;

в)  $\log_{25} 9 - \log_5 3$ ;

б)  $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2}$ ;

г)  $\log_{16} 4 - \log_4 8$ .

2. Известно, что  $\log_2 3 = a$ . Найдите:

а)  $\log_3 2$ ;

б)  $\log_3 \frac{1}{2}$ ;

в)  $\log_3 4$ ;

г)  $\log_3 \frac{1}{4}$ .

3. Известно, что  $\log_5 2 = b$ . Найдите:

а)  $\log_2 25$ ;

б)  $\log_2 \frac{1}{25}$ ;

в)  $\log_2 125$ ;

г)  $\log_2 \frac{1}{625}$ .

4. Известно, что  $\log_2 3 = a$ . Найдите:

а)  $\log_4 9$ ;

б)  $\log_8 18$ ;

в)  $\log_4 81$ ;

г)  $\log_8 54$ .

Разберем несколько заданий.

$$1а) \log_2 \frac{1}{3} + \log_4 9 = \log_2 3^{-1} + \log_{2^2} 3^2 = -\log_2 3 + \log_2 3 = 0.$$

Поясню пошагово, что мы сделали: 1) пригляделись к обоим логарифмам и поняли, что можно перейти к основанию 2; 2) Заметили, что  $\frac{1}{3}$  и 9 можно представить в виде степени числа 3; 3) В первом логарифме показатель тройки вышел вперед, во втором логарифме одинаковые показатели основания и логарифмируемого числа взаимно уничтожаются благодаря формуле  $\log_a b^m = \log_a b^m$ ; 4) У нас остались одинаковые логарифмы (подобные слагаемые), осталось их сложить. Так как они противоположны по знаку, в результате получился 0.

$$16) \quad \log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{2} + \log_3 \frac{1}{2} = \log_{\sqrt{3}} 3 + \log_{\sqrt{3}} \sqrt{2} + \log_3 2^{-1} = \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3}^2 + \log_{\frac{1}{3^{\frac{1}{2}}}} 2^{\frac{1}{2}} - \log_3 2 = 2 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} + \log_3 2 - \log_3 2 = 2.$$

Во втором задании все предложенные логарифмы надо представить через  $\log_2 3$ .

Рассмотрим 2г).

$$\log_3 \frac{1}{4} = \log_3 2^{-2} = -2 \log_3 2 = \frac{-2}{\log_2 3} = \frac{-2}{a} \quad (\text{В третьем шаге воспользовались формулой } \log_a b = \frac{1}{\log_b a})$$

$$3г) \log_2 \frac{1}{625} = \log_2 5^{-4} = -4 \log_2 5 = \frac{-4}{\log_5 2} = \frac{-4}{b}.$$

$$4б) \quad \log_8 18 = \log_8 (9 \cdot 2) = \log_8 9 + \log_8 2 = \log_{2^3} 3^2 + \log_{2^3} 2 = \frac{2}{3} \log_2 3 + \frac{1}{3} \log_2 2 = \frac{2}{3} a + \frac{1}{3}.$$

*Уважаемые курсанты! Выполните оставшиеся примеры и вместе с разобранными запишите их в рабочую тетрадь с подробным решением.*

Как сравнить числа, содержащие логарифмы? Здесь нам тоже поможет переход к новому основанию логарифма

Рассмотрим несколько примеров, один из которых я подробно разберу.

а)  $\log_2 6$  и  $\log_4 5$ ;

в)  $\log_9 6$  и  $\log_3 7$ ;

б)  $\log_{\frac{1}{2}} 3$  и  $\log_{\frac{1}{4}} 1,5$ ;

г)  $\log_{\frac{1}{3}} 4$  и  $\log_{\frac{1}{9}} 7$ .

б) Преобразуем первый логарифм. Приведем его к основанию 2.  $\log_{\frac{1}{2}} 3 = \log_{2^{-1}} 3 = -\log_2 3 = \log_2 3^{-1} = \log_2 \frac{1}{3}$ . (Мы могли бы, кстати, возвести основание и логарифмируемое число в показатель -1 и сразу получить окончательный ответ.)

Преобразуем второй логарифм.  $\log_{\frac{1}{4}} 1,5 = \log_{2^{-2}} \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \log_2 \frac{3}{2} = \log_2 \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}}$ .

Чтобы избавиться от корня и при этом иметь логарифмы с одинаковым основанием, возведем основания и логарифмируемые числа в квадрат. Получим:  $\log_4 \frac{1}{9} < \log_4 \frac{2}{3}$  (так как основание  $4 > 1$  и  $\frac{1}{9} < \frac{2}{3}$ ).

*Остальные буквы выполните самостоятельно и запишите в тетрадь.*

Формулы перехода к новому основанию могут пригодиться при решении логарифмических уравнений.

**Решите уравнение:**

а)  $\log_4 x + \log_{16} x + \log_2 x = 7;$

б)  $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6.$

Решение. б)  $\log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6.$  Первым шагом будет преобразование логарифмического выражения.

$$\log_3 x + 2 \log_3 x - \log_3 x = 6.$$

$$2 \log_3 x = 6$$

$$\log_3 x = 3$$

$$x = 3^3$$

$$x = 27.$$

*Уравнение под буквой а) решите самостоятельно, запишите в тетрадь.*

*Решения высылать НЕ надо, но сохранить в тетради обязательно!*