

Занятие № 16

ВНИМАНИЕ

Напоминаю информацию, изложенную на первом занятии:

Обязательно пронумеруйте все страницы, на полях на каждой странице подпишите группу и фамилию. Письменные работы выполняйте в этой тетради, решение записывайте аккуратно и подробно. Выполнив задание, сфотографируйте листы вашей тетради, проверьте их качество и отправьте вашему преподавателю на проверку по электронной почте, прикрепив фотографии. В теме электронного письма укажите группу, фамилию и номер занятия. Не высылайте несколько занятий в одном письме, только по отдельности.

Тема: Нахождение логарифмов по произвольному основанию.

Конспект к занятию №16 будет проверен при выходе на очное обучение (присылать его на проверку не надо).

Задание № 1. Повторите учебный материал занятий №13-15. Повторите таблицу определений и формул.

$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$ $a > 0, a \neq 1, b > 0$	<i>Определение логарифма</i>
$\log_{10} b = \lg b$	<i>Десятичный логарифм</i>
$\log_e b = \ln b$	<i>Натуральный логарифм</i>
$a^{\log_a b} = b$ $10^{\lg b} = b$ $e^{\ln b} = b$	<i>Основное логарифмическое тождество</i>
$\log_a a = 1$	<i>Логарифм числа равного основанию равен единице</i>
$\log_a 1 = 0$	<i>Логарифм единицы с произвольным основанием равен нулю</i>
$\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$	<i>Логарифм произведения</i>
$\log_a b - \log_a c = \log_a\left(\frac{b}{c}\right)$	<i>Логарифм частного</i>
$\log_a b^m = m \log_a b$ $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$ $\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$	<i>Логарифмы со степенями</i>
$\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$	<i>Формулы перехода к новому основанию</i>
$\log_m b \cdot \log_n c = \log_n b \cdot \log_m c$	<i>Произведение логарифмов с разными основаниями</i>

Задание № 2. Выполнить решение в тетради стр 146-149 №№ 43.1 - 43.5, 43.9 - 43.11, 43.26 – 43.29, 43.14 – 43.19, используя приложение 1. (Задания желательно решать в указанном порядке). Старайтесь решать с пониманием, самостоятельно, не используя калькулятор и стороннюю помощь, так как в дальнейшем будет проведена проверка знаний в аудитории на очных занятиях.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

О42.23. Найдите область определения функции:

а) $y = \log_5 (x^2 - 5x + 6)$;

б) $y = \log_2 (-x^2 - 5x + 14)$;

в) $y = \log_9 (x^2 - 13x + 12)$;

г) $y = \log_{0,2} (-x^2 + 8x + 9)$.

О42.24. Найдите область значений функции:

а) $y = \log_{\sqrt{3}} x$;

в) $y = -\log_{\frac{1}{10}} x$;

б) $y = -22 \log_7 x$;

г) $y = 12 \log_{\frac{1}{3}} x$.

О42.25. Дано: $f(x) = \log_2 x$. Докажите, что выполняется следующее соотношение:

а) $f(2^x) = x$;

б) $f(4^x) + f(8^x) = 5x$.

§ 43. Свойства логарифмов

Вычислите:

43.1. а) $\log_6 12 + \log_6 3$;

в) $\log_{26} 2 + \log_{26} 13$;

б) $\lg 25 + \lg 4$;

г) $\log_{12} 4 + \log_{12} 36$.

43.2. а) $\log_{144} 3 + \log_{144} 4$;

в) $\log_{216} 2 + \log_{216} 3$;

б) $\log_{\frac{1}{8}} 4 + \log_{\frac{1}{8}} 2$;

г) $\log_{12} \frac{1}{2} + \log_{12} \frac{1}{72}$.

43.3. а) $\log_3 7 - \log_3 \frac{7}{9}$;

в) $\log_{\frac{1}{2}} 28 - \log_{\frac{1}{2}} 7$;

б) $\log_2 15 - \log_2 30$;

г) $\log_{0,2} 40 - \log_{0,2} 8$.

О43.4. а) $\log_{\sqrt{3}} 6 - \log_{\sqrt{3}} 2\sqrt{3}$;

в) $\log_{\frac{2}{3}} 32 - \log_{\frac{2}{3}} 243$;

б) $\log_{\sqrt{2}} 7\sqrt{2} - \log_{\sqrt{2}} 14$;

г) $\log_{0,1} 0,003 - \log_{0,1} 0,03$.

О43.5. а) $(3 \lg 2 - \lg 24) : (\lg 3 + \lg 27)$;

б) $(\log_3 2 + 3 \log_3 0,25) : (\log_3 28 - \log_3 7)$.

О43.6. а) Известно, что $\log_3 2 = c$. Найдите $\log_3 8$.

б) Известно, что $\log_{0,5} 3 = a$. Найдите $\log_{0,5} 81$.

○43.7. а) Известно, что $\log_5 2 = a$. Найдите $\log_5 10$.

б) Известно, что $\log_6 4 = m$. Найдите $\log_6 24$.

○43.8. а) Известно, что $\log_6 42 = b$. Найдите $\log_6 7$.

б) Известно, что $\log_7 35 = n$. Найдите $\log_7 5$.

Найдите число x по его логарифму:

○43.9. а) $\log_2 x = \log_2 72 - \log_2 9$;

б) $\log_4 x = \log_4 2\sqrt{2} + \log_4 8\sqrt{8}$;

в) $\log_7 x = \log_7 14 - \log_7 98$;

г) $\lg x = \lg \frac{1}{8} + \lg \frac{1}{125}$.

○43.10. а) $\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} 19 - \log_{\frac{1}{2}} 38 + \log_{\frac{1}{2}} 3$;

б) $\log_{0,2} x = \log_{0,2} 93 + \log_{0,2} 4 - \log_{0,2} 31$;

в) $\log_{\sqrt{7}} x = 2 \log_{\sqrt{7}} 4 - \log_{\sqrt{7}} 2 + \log_{\sqrt{7}} 5$;

г) $\log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} \frac{7}{9} + \log_{\frac{1}{3}} 21 - 2 \log_{\frac{1}{3}} 7$.

○43.11. а) $\lg x = 2 \lg 7 - 3 \lg 3 + \lg 8$;

б) $\lg x = 2 \lg 3 + \lg 6 - \frac{1}{2} \lg 9$;

в) $\lg x = \frac{1}{2} \lg 3 + \frac{2}{3} \lg 5 - \frac{1}{3} \lg 4$;

г) $\lg x = -\frac{1}{2} \lg 5 + \lg \sqrt{5} + \frac{1}{4} \lg 25$.

Вычислите:

43.12. а) $\log_2 4 \cdot \log_3 27$; в) $\log_{0,5} 0,25 \cdot \log_{0,3} 0,09$;

б) $\log_5 125 : \log_4 16$; г) $\lg 1000 : \lg 100$.

○43.13. а) $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \frac{1}{4}$;

б) $\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3} : \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{49} \cdot \log_5 \sqrt{5}$;

в) $\log_3 81 : \log_{0,5} 2 \cdot \log_5 125$;

г) $\log_{\sqrt{5}} 5\sqrt{5} \cdot \log_{0,3} \sqrt{0,3} : \lg 10\sqrt{0,1}$.

Вычислите:

○43.14. а) $2^{2 + \log_2 5}$; б) $5^{\log_5 16 - 1}$; в) $3^{1 + \log_3 8}$; г) $8^{\log_8 3 - 2}$.

○43.15. а) $2^{3 \log_2 4}$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2 \log_2 7}$; в) $5^{2 \log_5 3}$; г) $(0,3)^{3 \log_{0,3} 6}$.

○43.16. а) $8^{\log_2 3}$; б) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_3 13}$; в) $100^{\lg 5}$; г) $\left(\frac{1}{16}\right)^{\log_2 5}$.

○43.17. а) $36^{\frac{1}{2} \log_6 18}$; в) $121^{\frac{1}{2} \log_{11} 35}$;

б) $64^{\frac{1}{4} \log_8 25}$; г) $25^{\frac{1}{4} \log_5 9}$.

○43.18. а) $\left(\frac{1}{4}\right)^{1 + 0,5 \log_2 14}$; в) $\left(\frac{1}{9}\right)^{1 + \frac{1}{2} \log_3 18}$;

б) $25^{1 - 0,5 \log_5 11}$; г) $49^{1 - 0,5 \log_7 14}$.

○43.19. а) $\sqrt[3]{81^{\log_3 6} - 7^{\log_7 9}}$; б) $\sqrt[4]{36^{\log_6 5} - 5^{\log_5 9}}$.

○43.20. а) $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$; б) $\frac{\log_{\frac{1}{2}} 9}{\log_{\frac{1}{2}} 27}$; в) $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$; г) $\frac{\log_{0,3} 32}{\log_{0,3} 64}$.

○43.21. а) $\frac{\frac{1}{2} \log_3 64 - 2 \log_3 2}{\log_3 2}$; в) $\frac{2 \log_{0,5} 2 + \log_{0,5} \sqrt{10}}{\log_{0,5} 10 - \log_{0,5} \sqrt{10} + \log_{0,5} 4}$;

б) $\frac{\log_6 12 + 2 \log_6 2}{\frac{1}{3} \log_6 27 + 4 \log_6 2}$; г) $\frac{\log_{0,3} 16}{\log_{0,3} 15 - \log_{0,3} 30}$.

●43.22. а) $\log_4 \sin \frac{\pi}{12} + \frac{1}{3} \log_4 \sin^3 \frac{13\pi}{6} + \log_4 \sin \frac{7\pi}{12}$;

б) $\frac{1}{2} \log_8 \left(\cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8} \right)^2 - \log_8 \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)^{-1}$.

43.23. Известно, что положительные числа x , a , b и c связаны соотношением $x = \frac{a^2 c^3}{\sqrt{b}}$. Выразите $\log_n x$ через логарифмы по основанию n чисел a , b , c .

43.24. Прологарифмируйте по основанию 2:

а) $16a^2 b^3$; б) $\frac{1}{8} a(\sqrt{b})^7$; в) $48a\sqrt{a} \cdot b^4$; г) $\frac{b^3}{4a^5}$.

43.25. Прологарифмируйте по основанию 5:

а) $125a^4 : b^4$;

в) $\frac{25\sqrt{5} a^6 b^7}{c^3}$;

б) $\frac{625(\sqrt{ab})^3}{c^{\frac{1}{2}}}$;

г) $\left(\frac{a^6}{\sqrt[5]{b^2}}\right)^{-3}$.

Решите уравнение:

43.26. а) $\log_4 x = \log_4 2 + \log_4 7$;

в) $\log_9 x = \log_9 5 + \log_9 6$;

б) $\log_{\frac{1}{3}} x - \log_{\frac{1}{3}} 7 = \log_{\frac{1}{3}} 4$;

г) $\log_{\frac{1}{4}} x - \log_{\frac{1}{4}} 9 = \log_{\frac{1}{4}} 5$.

43.27. а) $\log_6 12 + \log_6 x = \log_6 24$;

б) $\log_{0,5} 3 + \log_{0,5} x = \log_{0,5} 12$;

в) $\log_5 13 + \log_5 x = \log_5 39$;

г) $\log_{\frac{1}{3}} 8 + \log_{\frac{1}{3}} x = \log_{\frac{1}{3}} 4$.

43.28. а) $\log_2 3x = \log_2 4 + \log_2 6$;

б) $\log_{\sqrt{3}} \left(\frac{x}{2}\right) = \log_{\sqrt{3}} 6 + \log_{\sqrt{3}} 2$;

в) $\log_4 5x = \log_4 35 - \log_4 7$;

г) $\log_{\sqrt{2}} \left(\frac{x}{3}\right) = \log_{\sqrt{2}} 15 - \log_{\sqrt{2}} 6$.

○43.29. а) $\log_x 8 - \log_x 2 = 2$;

в) $\log_x 3 + \log_x 9 = 3$;

б) $\log_x 2 + \log_x 8 = 4$;

г) $\log_x \sqrt{5} + \log_x (25\sqrt{5}) = 3$.

43.30. Положительное число b записано в стандартном виде $b = b_0 \cdot 10^n$, где $1 \leq b_0 < 10$ и n — целое число. Найдите десятичный логарифм числа b :

а) $b = 9 \cdot 10^2$;

в) $b = 9 \cdot 10^4$;

б) $b = 9 \cdot 10^{-3}$;

г) $b = 9 \cdot 10^{-5}$.

(Для справок: $\lg 9 \approx 0,95$.)

43.31. Найдите десятичный логарифм числа:

а) $\lg 50$;

в) $\lg 5000$;

б) $\lg 0,005$;

г) $\lg 0,00005$.

(Для справок: $\lg 5 \approx 0,7$.)