

Занятие № 23

Тема: Преобразование тригонометрических выражений.

Задание № 1. Повторите учебный материал, опираясь на формулы.

Формулы перехода от градусной меры угла к радианной и обратно

$\alpha^\circ = \left(\alpha \cdot \frac{\pi}{180}\right) \text{ рад}$	$\alpha_{\text{рад}} = \left(\alpha \cdot \frac{180}{\pi}\right)^\circ$
--	---

Значения тригонометрических функций

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\text{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	---	0	---	0
$\text{ctg} \alpha$	---	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	---	0	---

Четность и нечетность тригонометрических функций

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\text{tg}(-\alpha) = -\text{tg} \alpha$$

$$\text{ctg}(-\alpha) = -\text{ctg} \alpha$$

Основные тригонометрические тождества

1) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2) $\text{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

3) $\text{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

4) $\text{tg} \alpha \cdot \text{ctg} \alpha = 1$

5) $1 + \text{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

6) $1 + \text{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

Формулы сложения

1) $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$

2) $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$

3) $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

4) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

5) $\text{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\text{tg} \alpha + \text{tg} \beta}{1 - \text{tg} \alpha \cdot \text{tg} \beta}$

6) $\text{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\text{tg} \alpha - \text{tg} \beta}{1 + \text{tg} \alpha \cdot \text{tg} \beta}$

7) $\text{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\text{ctg} \alpha \cdot \text{ctg} \beta - 1}{\text{ctg} \alpha + \text{ctg} \beta}$

8) $\text{ctg}(\alpha - \beta) = -\frac{\text{ctg} \alpha \cdot \text{ctg} \beta + 1}{\text{ctg} \alpha - \text{ctg} \beta}$

Формулы удвоения

- 1) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- 2) $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- 3) $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$
- 4) $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$
- 5) $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$
- 6) $\operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1}{2\operatorname{ctg} \alpha}$

Задание № 2. Выполнить решение в тетради. Старайтесь решать с пониманием, самостоятельно, не используя калькулятор и стороннюю помощь, так как в дальнейшем будет проведена проверка знаний в аудитории на очных занятиях.

- 1) Найдите радианную меру угла, если $\alpha = 102^\circ$
- 2) Найдите градусную меру угла, если $\alpha = \frac{\pi}{45}$
- 3) Вычислите: $\sin^2 45^\circ + 3\operatorname{ctg} 90^\circ$
- 4) Вычислите: $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \cos(-\pi) - \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{3\pi}{2}\right)$
- 5) Вычислите: $10\sin(-2\pi) - \sqrt{2}\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 3\operatorname{tg}\left(-\frac{3\pi}{4}\right) - \sqrt{3}\operatorname{ctg}\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$
- 6) Вычислите: $\sin 14^\circ \cos 16^\circ + \cos 14^\circ \sin 16^\circ$
- 7) Вычислите: $\sin 275^\circ \cos 5^\circ - \cos 275^\circ \sin 5^\circ$
- 8) Вычислите: $\cos 185^\circ \cos 5^\circ + \sin 185^\circ \sin 5^\circ$
- 9) Вычислите: $\cos 23^\circ \cos 22^\circ - \sin 23^\circ \sin 22^\circ$
- 10) Вычислите: $4\operatorname{tg} 17^\circ \operatorname{ctg} 17^\circ$
- 11) Вычислите: $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$
- 12) Вычислите: $\cos^2 105^\circ - \sin^2 105^\circ$
- 13) Вычислите: $\cos^2 22,5^\circ + \sin^2 22,5^\circ$
- 14) Вычислите: $2\cos^2 165^\circ - 1$
- 15) Вычислите: $1 - 2 \sin^2 75^\circ$