

Занятие № 46-47

Раздел 4. Уравнения и неравенства.

Тема: Показательные уравнения и неравенства.

Решение уравнений и неравенств.

Задание № 1. Посмотрите учебный видеоматериал по теме урока, используя ссылки

<https://resh.edu.ru/subject/lesson/5627/main/159325/>

<https://resh.edu.ru/subject/lesson/4731/main/159356/>

Задание № 2. Выполнить решение в тетради (решение делайте подробно, аккуратно). Старайтесь решать с пониманием, самостоятельно, не используя калькулятор и стороннюю помощь, так как в дальнейшем будет проведена проверка знаний в аудитории на очных занятиях.

стр 134-136 №№ 40.1 (б, в) - 40.15 (б, в).

стр 138-139 №№ 40.30 (б, в) - 40.40 (б, в).

О39.38. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x, & \text{если } x < 0, \\ \sqrt{x+1}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

- а) Вычислите $f(-5)$; $f(-2,5)$; $f(0)$; $f(4)$; $f(1,69)$;
б) постройте график функции $y = f(x)$;
в) прочитайте график функции.

О39.39. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}\right)^x, & \text{если } x \leq 0, \\ \cos x, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

- а) Вычислите $f(-3)$; $f(-2)$; $f(-1,5)$; $f(0)$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$; $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)$;
б) постройте график функции $y = f(x)$;
в) прочитайте график функции.

Найдите область значений функции:

О39.40. а) $y = 3 \cdot 2^x$;

в) $y = \frac{1}{2} \cdot 7^x$;

б) $y = 14 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

г) $y = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

О39.41. а) $y = 3^x + 1$;

в) $y = 17^x - 2$;

б) $y = \left(\frac{7}{9}\right)^x + 6$;

г) $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x - 8$.

О39.42. Докажите, что для функции $y = f(x)$, где $f(x) = 2^x$, выполняется равенство:

а) $f(x_1) \cdot f(x_2) = f(x_1 + x_2)$;

в) $f(-2x) = \frac{1}{f^2(x)}$;

б) $f(x+1) \cdot f(2x) = 2f^3(x)$;

г) $f(\cos^2 x) = \sqrt{2f(\cos 2x)}$.

§ 40. Показательные уравнения и неравенства

40.1 Решите уравнение:

а) $3^x = 9$;

в) $\left(\frac{1}{9}\right)^x = 1$;

б) $2^x = 16$;

г) $0,5^x = 0,125$.

Решите уравнение:

40.2. а) $4^x = \frac{1}{16}$;

б) $7^x = \frac{1}{343}$;

40.3. а) $10^x = \sqrt[4]{1000}$;

б) $5^x = \frac{1}{\sqrt[3]{25}}$;

40.4. а) $0,3^x = \frac{1000}{27}$;

б) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}$;

40.5. а) $2^{x+1} = 4$;

б) $5^{3x-1} = 0,2$;

○40.6. а) $3^{-1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}$;

б) $6^{2x-8} = 216^x$;

○40.7. а) $3^{x^2-4,5} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{27}$;

б) $0,5^{x^2-5,5} \cdot \sqrt{0,5} = 32$;

○40.8. а) $2^x \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{1}{9}$;

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot 3^x = \sqrt{\frac{27}{125}}$;

○40.9. а) $(\sqrt{12})^x \cdot (\sqrt{3})^x = \frac{1}{6}$;

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^x = 36$;

г) $0,2^x = 0,00032$.

в) $0,3^x = \sqrt[4]{0,0081}$;

г) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 25\sqrt{5}$.

в) $0,7^x = \frac{1000}{343}$;

г) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$.

в) $0,4^{4-5x} = 0,16\sqrt{0,4}$;

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} = 8\sqrt{2}$.

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}$;

г) $\left(\frac{2}{3}\right)^{8x+1} = 1,5^{2x-3}$.

в) $\sqrt{2^{-1}} \cdot 2^{x^2-7,5} = \frac{1}{128}$;

г) $0,1^{x^2-0,5} \cdot \sqrt{0,1} = 0,001$.

в) $5^x \cdot 2^x = 0,1^{-3}$;

г) $0,3^x \cdot 3^x = \sqrt[3]{0,81}$.

б) $(\sqrt[3]{3})^{2x} \cdot (\sqrt[3]{9})^{2x} = 243$.

Решите уравнение:

○40.10. а) $\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{3x^2-3} = 0,81^{-2x}$; б) $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{x^2+4} = 20,25^{x+1}$.

○40.11. а) $\sqrt{625} \cdot \sqrt{5^{14x-9}} = \sqrt[6]{125 \cdot 5^{6x-12}}$;

б) $\sqrt[3]{0,2} \cdot \sqrt{0,2^{2x-\frac{1}{3}}} = \sqrt[3]{0,04^{-3x+6}}$.

○40.12. а) $27^{\sqrt{x-1}} = \sqrt{9^{x+1}}$; б) $3^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+1}} = 243$;

в) $2^{\sqrt{13-x^2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$; г) $(0,1^{\sqrt{x+1}})^{\sqrt{x+6}} = \frac{1}{10^6}$.

○40.13. а) $3^x - 3^{x+3} = -78$;

б) $2 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+7} - 7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{3x+8} = 49$;

в) $5^{2x-1} - 5^{2x-3} = 4,8$;

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{5x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{5x} = \frac{4}{9}$.

○40.14. а) $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$;

б) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0$;

в) $3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$;

г) $\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} + 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0$.

○40.15. а) $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$;

б) $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$;

в) $4 \left(\frac{1}{16}\right)^x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0$;

г) $(0,25)^x + 1,5 \cdot (0,5)^x - 1 = 0$.

○40.16. а) $4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x - 17 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x + 4 = 0$;

б) $0,01^x + 9,9 \cdot (0,1)^x - 1 = 0$;

в) $3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x + 7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 6 = 0$;

г) $5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^x + 23 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 10 = 0$.

Решите уравнение:

○40.17. а) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} - 32 = 0$;

в) $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$;

г) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} + \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - 162 = 0$.

●40.18. а) $3^{x-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x} = \sqrt{\frac{1}{9^{4-x}}} + 207$;

б) $\sqrt[4]{16^{x+1}} + 188 = 8 \cdot 2^x - 0,5^{3-x}$.

○40.19. а) $2^x = 3^x$;

в) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 8^x$;

б) $25^x = 7^{2x}$;

г) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \left(\frac{1}{5}\right)^x$.

●40.20. а) $3^x \cdot 7^{x+2} = 49 \cdot 4^x$;

б) $2^{x+1} \cdot 5^{x+3} = 250 \cdot 9^x$.

○40.21. а) $6^{2x+4} = 2^{8+x} \cdot 3^{3x}$;

б) $35^{4x+2} = 5^{3x+4} \cdot 7^{5x}$.

○40.22. а) $2^{4x+2} \cdot 5^{-3x-1} = 6,25 \cdot 2^{x+1}$;

б) $3^{5x-1} \cdot 7^{2x-2} = 3^{3x+1}$.

○40.23. а) $3^x = -x - \frac{2}{3}$;

в) $2x + 1,8 = -5^x$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 4x + 6$;

г) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 3x + 1$.

○40.24. а) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 0,5x + 5$;

в) $\left(\frac{1}{7}\right)^x = 2x + 9$;

б) $3^x = -x + 4$;

г) $3^{\frac{x}{2}} = -0,5x + 4$.

●40.25. а) $18^x - 8 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^x = 0$;

б) $12^x - 6^{x+1} + 8 \cdot 3^x = 0$.

Решите уравнение:

●40.26. а) $\frac{1}{3^x + 2} = \frac{1}{3^{x+1}}$;

в) $\frac{1}{5^x + 4} = \frac{1}{5^{x+1}}$;

б) $\frac{5}{12^x + 143} = \frac{5}{12^{x+2}}$;

г) $\frac{8}{11^x + 120} = \frac{8}{11^{x+2}}$.

●40.27. а) $3 \cdot 2^{2x} + 6^x - 2 \cdot 3^{2x} = 0$;

б) $2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 10^x - 5 \cdot 5^{2x} = 0$;

в) $3^{2x+1} - 4 \cdot 21^x - 7 \cdot 7^{2x} = 0$;

г) $5 \cdot 3^{2x} + 7 \cdot 15^x - 6 \cdot 25^x = 0$.

Решите систему уравнений:

○40.28. а) $\begin{cases} 2^{x+y} = 16, \\ 3^y = 27^x; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 5^{2x-y} = 125, \\ 4^{x-y} = 4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 0,5^{3x} \cdot 0,5^y = 0,5, \\ 2^{3x} \cdot 2^{-y} = 32; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 0,6^{x+y} \cdot 0,6^x = 0,6, \\ 10^x \cdot 10^y = (0,01)^{-1}. \end{cases}$

○40.29. а) $\begin{cases} (\sqrt{3})^{x+2y} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{27}, \\ 0,1^x \cdot 10^{3y} = 10; \end{cases}$

в) $\begin{cases} (\sqrt{5})^{2x+y} = \sqrt{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{5}, \\ \left(\frac{1}{5}\right)^x \cdot 5^y = 125; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 27^y \cdot 3^x = 1, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 4^y = 2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 5^y \cdot 25^x = 625, \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x \cdot 9^y = \frac{1}{27}. \end{cases}$

Решите неравенство:

40.30. а) $2^x \geq 4$;

в) $2^x \leq 8$;

б) $2^x < \frac{1}{2}$;

г) $2^x > \frac{1}{16}$.

40.31. а) $3^x \leq 81$;

в) $5^x > 125$;

б) $\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{1}{27}$;

г) $(0,2)^x \leq 0,04$.

Решите неравенство:

40.32. а) $3^{2x-4} \leq 27$;

б) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x+6} > \frac{4}{9}$;

в) $5^{4x+2} \geq 125$;

г) $(0,1)^{5x-9} < 0,001$.

40.33. а) $7^{2x-9} > 7^{3x-6}$;

б) $0,5^{4x+3} \geq 0,5^{6x-1}$;

в) $9^{x-1} \leq 9^{-2x+8}$;

г) $\left(\frac{7}{11}\right)^{-3-0,5} < \left(\frac{7}{11}\right)^{x+1,5}$.

○40.34. а) $4^{5x-1} > 16^{3x+2}$;

б) $\left(\frac{1}{7}\right)^{-3x+1} \geq \left(\frac{1}{49}\right)^{x+3}$;

в) $11^{-7x+1} \leq 121^{-2x-10}$;

г) $(0,09)^{5x-1} < 0,3^{x+7}$.

○40.35. а) $2^{3x+6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$;

б) $\left(\frac{7}{12}\right)^{-2x+3} > \left(\frac{12}{7}\right)^{3+2x}$;

в) $25^{-x+3} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^{3x-1}$;

г) $\left(\frac{5}{3}\right)^{2x-8} < \left(\frac{9}{25}\right)^{-x+3}$.

○40.36. а) $2\sqrt{2} \cdot 2^{x-3} \geq \frac{1}{2}$;

б) $\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt{5} \leq 5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1}$;

в) $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x+4} \cdot 7\sqrt{7} < \frac{1}{7}$;

г) $0,25 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10-x} > 4\sqrt{64}$.

○40.37. а) $7^{x^2-5x} < \left(\frac{1}{7}\right)^6$;

б) $0,6^{x^2-x} \geq \left(\frac{3}{5}\right)^6$;

в) $11^{2x^2+3x} \leq 121$;

г) $0,3^{x^2-10x} > \left(3\frac{1}{3}\right)^{24}$.

○40.38. а) $\sqrt{2^{-1}} \cdot \sqrt{2^{x^2-7,5}} \geq 2^{-7}$;

б) $0,9^{x^2-4x} < \left(\frac{10}{9}\right)^3$;

в) $14^{x^2+x} \leq 196$;

г) $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{3x^2-13x} > 9$.

○40.39. а) $2^x + 2^{x+2} \leq 20$;

б) $3^{2x-1} - 3^{2x-3} < \frac{8}{3}$;

в) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$;

г) $0,3^{6x-1} - 0,3^{6x} \geq 0,7$.

Решите неравенство:

○40.40. а) $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 \leq 0$;

в) $0,2^{2x} - 1,2 \cdot 0,2^x + 0,2 > 0$;

б) $5^{2x} + 4 \cdot 5^x - 5 \geq 0$;

г) $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x} + 6 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^x - 7 < 0$.

○40.41. а) $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 \geq 0$;

б) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 < 0$;

в) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 < 0$;

г) $(0,5)^{2x-1} + 3 \cdot (0,5)^x - 2 \geq 0$.

○40.42. а) $3^x < 5^x$; б) $6^x \geq 2^x$; в) $\left(\frac{12}{13}\right)^x \leq 12^x$; г) $0,6^x > 3^x$.

○40.43. а) $5^x \leq -x + 6$;

в) $3^x \geq -x + 4$.

б) $\left(\frac{1}{4}\right)^x > 3x + 1$;

г) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 0,5x + 5$;

○40.44. а) $19^{\frac{2x-3}{x+2}} \geq 1$;

в) $37^{\frac{5x-9}{x+6}} \leq 1$;

б) $0,36^{\frac{7x+1}{2-x}} < 1$;

г) $\left(\frac{29}{30}\right)^{\frac{9x-18}{6-x}} > 1$.

○40.45. а) $3^{\frac{x-4}{x}-3} < \frac{1}{27}$;

в) $8^{\frac{2-x}{x}-2} > \frac{1}{64}$;

б) $\left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{6x-1}{x}-1} \geq \frac{81}{64}$;

г) $\left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{5x+1}{x}-1} \leq \frac{121}{36}$.

○40.46. а) $4^x \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^x \leq 2,25$;

в) $5^x \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^x \geq \frac{4}{9}$;

б) $9^x \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^x > 0,25$;

г) $3^x \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^x < 0,0625$.

○40.47. Сколько натуральных чисел являются решениями неравенства:

а) $\frac{1}{64} < 8^{-2x+3} < 512$;

б) $\frac{1}{27} \leq \left(\frac{1}{9}\right)^{7-x} \leq 243$?