

Занятие 9

Тема. Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами. Нахождение значения степеней с рациональными показателями. Сравнение степеней. Преобразование выражений, содержащих степени.

Для того, чтобы выполнять действия с корнями, необходимо знать понятие корня, свойства корней, которые были рассмотрены в 7 занятии, а также уметь выполнять два взаимно обратных действия: внесение множителя под знак корня и вынесение множителя из-под знака корня.

Внести множитель под знак корня.

$$\text{Пример 1. } 2\sqrt{5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = \sqrt{20}.$$

При внесении под знак квадратного корня множитель необходимо возвести в квадрат, при внесении под знак корня третьей степени множитель возводится в третью степень и т.д.

$$\text{Пример 2. } \frac{1}{2} \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 16} = \sqrt[3]{\frac{1}{8} \cdot 16} = \sqrt[3]{2}.$$

Вынести множитель из-под знака корня.

$$\text{Пример 3. } \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}.$$

Пример 4. Сравнить $2\sqrt{10}$ и $4\sqrt{3}$.

$$2\sqrt{10} = \sqrt{2^2 \cdot 10} = \sqrt{40};$$

$$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{48}.$$

$$\sqrt{40} < \sqrt{48}, \text{ следовательно, } 2\sqrt{10} < 4\sqrt{3}.$$

Пример 5. Выполнить действия $\sqrt{18} - \sqrt{12} + \sqrt{72} + \sqrt{75} =$

$$= \sqrt{9 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{36 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 3} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 5\sqrt{3} = 9\sqrt{2} + 3\sqrt{3}.$$

Ни в коем случае НЕ заносим все слагаемые под один корень!!!

Пример 6. Прочитайте в материале занятия 7 про степень с рациональным показателем. Вычислим: $32^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{32^2}$. Возводить 32 в квадрат, а затем извлекать корень пятой степени достаточно сложно. Но свойство корней $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ позволяет нам записать следующее: $\sqrt[5]{32^2} = (\sqrt[5]{32})^2 = 2^2 = 4$.

Пример 7. Вновь обратитесь к материалу занятия 7, повторите свойства степеней. Преобразовать $\frac{(a^3)^4 \cdot a^{-5}}{a^9}$ и вычислить при $a=2$.

$$\frac{(a^3)^4 \cdot a^{-5}}{a^9} = \frac{a^{12} \cdot a^{-5}}{a^9} = \frac{a^7}{a^9} = a^{7-9} = a^{-2} = \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}.$$

Пример 7. $\sqrt[5]{\frac{32}{243}} = \sqrt[5]{\frac{2^5}{3^5}} = \frac{2}{3}.$

Пример 8. $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

Пример 9. $27^{\frac{1}{3}} - 36^{\frac{1}{2}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} - (6^2)^{\frac{1}{2}} = 3 - 6 = -3.$

Или так решаем: $27^{\frac{1}{3}} - 36^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{3^3} - \sqrt{6^2} = 3 - 6 = -3.$

Пример 10. $\sqrt[4]{6 + 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt[4]{(6 + 2\sqrt{5})(6 - 2\sqrt{5})} = \sqrt[4]{36 - 4 \cdot 5} = \sqrt[4]{16} = 2.$

Уважаемые курсанты. Все предложенные примеры необходимо разобрать, понять. Для более глубокого понимания на каждый приведенный пример придумайте свой аналогичный. Обращайтесь к материалам 7 и 8 занятий. Все записи делайте в тетради. Высылать НЕ надо. На следующем занятии будет практическая работа, которую нужно будет сделать за короткое время (не несколько дней, как это многие практикуют).