Здравствуйте, уважаемые курсанты и родители!

Напоминаем ещё раз информацию из предыдущего файла:

1) Математику в группах первого курса ведут три преподавателя:

Давыдова Ирина Михайловна – СВ-11, СВ-13, ВП-11
iusek@mail.ru

Дариенко Татьяна Викторовна – СВ-12
dartan@ngs.ru

Николаенко Ольга Дмитриевна – СМ-11, СМ-12, ЭМ-11
olgan6813@gmail.com

2) В соответствии с учебным планом по математике будет три занятия в неделю. Для работы по данной дисциплине заведите тетрадь в клетку (48-96листов), подпишите её, обязательно пронумеруйте все страницы, на полях на каждой странице подпишите группу и фамилию. Письменные работы выполняйте в этой тетради, решение записывайте аккуратно и подробно. Тетрадь вы должны предъявить преподавателю при выходе на очное обучение. Выполнив задание, сфотографируйте листы вашей тетради, проверьте их качество и отправьте вашему преподавателю на проверку по электронной почте, прикрепив фотографии. В теме электронного письма укажите группу, фамилию и номер занятия.

Занятие №2

Тема: Целые и рациональные числа. Действительные числа.

Срок выполнения заданий к занятию №2 до 07 сентября.

Задание № 1. Повторить учебный материал по теме: «Целые и рациональные числа. Действительные числа», используя ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Задание № 2.
Уважаемые курсанты!
Традиционно в сентябре в НКРУ им. С. И. Дежнева проводится конкурс «Математика вокруг нас». Участвуют **все курсанты** 1 курса.
Сколько банок краски нужно, чтобы сделать ремонт? С какой скоростью будет двигаться баржа? Рассчитать длину лестницы для ремонта крыши. Мы уверены, что вы правильно сделаете все расчеты.
Конкурсную работу выполнить в тетради, используя ПРИЛОЖЕНИЕ 2. В каждом задании должно быть решение, просто писать ответы нельзя. Решения записывайте в тетради аккуратно и подробно.
Успехов!
Ваши преподаватели.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Тема: Целые и рациональные числа. Действительные числа.

Число — основное понятие математики, используемое количественной характеристики, сравнения, нумерации объектов и их частей. Письменными знаками для обозначения чисел служат цифры, а также символы математических операций. Возникнув ещё в первобытном обществе из потребностей счёта, понятие числа с развитием науки значительно расширилось.

История развития понятия

Понятие числа возникло в глубокой древности из практической потребности людей и усложнялось в процессе развития человечества. Область человеческой деятельности расширялась и соответственно, возрастала потребность в количественном описании и исследовании. Сначала понятие числа определялось теми потребностями счёта и измерения, которые возникали в практической деятельности человека, всё более усложняясь. Позже число становится основным понятием математики, и потребности этой науки определяют дальнейшее развитие этого понятия.

Доисторические времена

Считать предметы человек умел ещё в глубокой древности, тогда и возникло понятие натурального числа. На первых ступенях развития понятие отвлечённого числа отсутствовало. В те времена человек мог оценивать количества однородных предметов, называемых одним словом, например, "три человека", "три топора". При этом использовались разные слова "один" "два", "три" для понятий "один человек", "два человека", "три человека" и "один топор", "два топора", "три топора". Это показывает анализ языков первобытных народностей. Такие именованные числовые ряды были очень короткими и завершались неиндивидуализированным понятием "много". Разные слова для большого количества предметов разного рода существуют и сейчас, такие, как "толпа", "стадо", "куча". Примитивный счёт предметов заключался «в сопоставлении предметов данной конкретной совокупности с предметами некоторой определённой совокупности, играющей как бы роль эталона», которым у большинства народов являлись пальцы ("счёт на пальцах"). Это подтверждается лингвистическим анализом названий первых чисел. На этой ступени понятие числа становится не зависящим от качества считаемых объектов.

Появление письменности

Возможности воспроизведения чисел значительно увеличились с появлением письменности. Первое время числа обозначались чёрточками на материале, служащем для записи, например, папирус, глиняные таблички, позже стали применяться специальные знаки для некоторых чисел (сохранившиеся до наших дней "римские цифры") и знаки для больших чисел. О последних свидетельствуют вавилонские клинописные обозначения или знаки для записи чисел в кириллической системе счисления. Когда в Индии появилась позиционная система счисления, позволяющая записать любое натуральное число при помощи десяти знаков (цифр), это стало большим достижением человека.

Осознание бесконечности натурального ряда явилось следующим важным шагом в развитии понятия натурального числа. Об этом есть упоминания в трудах Евклида и Архимеда и других памятниках античной математики 3 века до н. э. В "Началах" Евклид устанавливает безграничную продолжаемость ряда простых чисел. Здесь же Евклид определяет число, как “множество, составленное из единиц”. Архимед в книге "Псаммит" описывает принципы для обозначения сколь угодно больших чисел.

Появление арифметики

Со временем начинают применяться действия над числами, сначала сложение и вычитание, позже умножение и деление. В результате длительного развития сложилось представление об отвлечённом характере этих действий, о независимости количественного результата действия от рассматриваемых предметов, о том, что, например, два предмета и три предмета составляют пять предметов независимо от характера этих предметов. Когда стали разрабатывать правила действий, изучать их свойства и создавать методы решения задач, тогда начинает развиться арифметика — наука о числах. Потребность в изучении свойств чисел как таковых проявляется в самом процессе развития арифметики, становятся понятными сложные закономерности и их взаимосвязи, обусловленные наличием действий, выделяются классы чётных и нечётных чисел, простых и составных чисел и так далее. Тогда появляется раздел математики, который сейчас называется теория чисел. Когда было замечено, что натуральные числа могут характеризовать не только количество предметов, но и ещё могут характеризовать порядок предметов, расположенных в ряд, возникает понятие порядкового числа. Вопрос об обосновании понятия натурального числа, столь привычного и простого, долгое время в науке не ставился. Только к середине 19 века под влиянием развития математического анализа и аксиоматического метода в математике, назрела необходимость обоснования понятия количественного натурального числа. Введение в употребление дробных чисел было вызвано потребностью производить измерения и стало исторически первым расширением понятия числа.

Введение отрицательных чисел

В Средние века были введены отрицательные числа, с помощью которых стало легче учитывать долг или убыток. Необходимость введения отрицательных чисел была связана с развитием алгебры как науки, дающей общие способы решения арифметических задач, независимо от их конкретного содержания и исходных числовых данных. Необходимость введения в алгебру отрицательного числа возникает уже при решении задач, сводящихся к линейным уравнениям с одним неизвестным. Отрицательные числа систематически применялись при решении задач ещё в 6—11 веках в Индии и истолковывались примерно так же, как это делается в настоящее время.

После того, как Декарт разработал аналитическую геометрию, позволившую рассматривать корни уравнения как координаты точек пересечения некоторой кривой с осью абсцисс, что окончательно стёрло принципиальное различие между положительными и отрицательными корнями уравнения, отрицательные числа окончательно вошли в употребление в европейской науке.

Введение действительных чисел

Ещё в Древней Греции в геометрии было совершено принципиально важное открытие: не всякие точно заданные отрезки соизмеримы, другими словами, не у каждого отрезка длина может быть выражена рациональным числом, например сторона квадрата и его диагональ. В "Началах" Евклида была изложена теория отношений отрезков, учитывающая возможность их несоизмеримости. В Древней Греции умели сравнивать такие отношения по величине, производить над ними арифметические действия в геометрической форме. Хотя греки обращались с такими отношениями, как с числами, они не осознали, что отношение длин несоизмеримых отрезков может рассматриваться как число. Это было сделано в период зарождения современной математики в 17 веке при разработке методов изучения непрерывных процессов и методов приближённых вычислений. И. Ньютон во "Всеобщей арифметике" даёт определение понятия действительного числа: "Под числом мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлечённое отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой нами за единицу". Позже, в 70 годах 19 века, понятие действительного числа было уточнено на основе анализа понятия непрерывности Р. Дедекиндом, Г. Кантором и К. Вейерштрассом.

Введение комплексных чисел

С развитием алгебры возникла необходимость введения комплексных чисел, хотя недоверие к закономерности пользования ими долго сохранялось и отразилось в сохранившемся до сих пор термине "мнимое". Уже у итальянских математиков 16 века (Дж. Кардано, Р. Бомбелли), в связи с открытием алгебраического решения уравнений третьей и четвёртой степеней, возникла идея комплексного числа. Дело в том, что даже решение квадратного уравнения, в том случае, если уравнение не имеет действительных корней, приводит к действию извлечения квадратного корня из отрицательного числа. Казалось, что задача, приводящаяся к решению такого квадратного уравнения, не имеет решения. С открытием алгебраического решения уравнений третьей степени обнаружилось, что в том случае, когда все три корня уравнения являются действительными, по ходу вычисления оказывается необходимо выполнить действие извлечения квадратного корня из отрицательных чисел.

После установления в конце XVIII века геометрического истолкования комплексных чисел в виде точек на плоскости и установления несомненной пользы от введения комплексных чисел в теории алгебраических уравнений, в особенности после знаменитых работ Л. Эйлера и К. Гаусса, комплексные числа были признаны математиками и начали играть существенную роль не только в алгебре, но и в математическом анализе. Значение комплексных чисел особенно возросло в 19 веке в связи с развитием теории функций комплексного переменного.

Основные числовые множества

- Натуральные числа, получаемые при естественном счёте; множество натуральных чисел обозначается $\mathbb{N}$. То есть $\mathbb{N}=\{1,2,3,...\}$ (иногда к множеству натуральных чисел также относят ноль, то есть $\mathbb{N}=\{0,1,2,3,...\}$). Натуральные числа замкнуты относительно сложения и умножения (но не вычитания или деления). Сложение и умножение натуральных чисел коммутативны и ассоциативны, а умножение натуральных чисел дистрибутивно относительно сложения и вычитания.
- Важным подмножеством натуральных чисел являются простые числа $\mathbb{P}$. сомножителей. Например, $121968=2^4\cdot3^2\cdot7\cdot11^2$. Простое число — это натуральное число, имеющее ровно два различных натуральных делителя: единицу и самого себя. Все остальные натуральные числа, кроме единицы, называются составными. Ряд простых чисел начинается так: $2,3,5,7,11,13,17,...$Любое натуральное число, большее единицы, представимо в виде произведения степеней простых чисел, причём единственным способом с точностью до порядка следования
- Целые числа, получаемые объединением натуральных чисел с множеством чисел противоположных натуральным и нулём, обозначаются $\mathbb{Z}$. То есть $\mathbb{Z}=\{...-2,-1,0,1,2,...\}$ Любое целое число можно представить, как разность двух натуральных. Целые числа замкнуты относительно сложения, вычитания и умножения (но не деления). Такая алгебраическая структура называется кольцом.
- Рациональные числа — числа, представимые в виде дроби m/n ($n \neq 0$), где m — целое число, а n — натуральное число. Рациональные числа замкнуты уже относительно всех четырёх арифметических действий: сложения, вычитания, умножения и деления (кроме деления на ноль). Для обозначения рациональных чисел используется знак $\mathbb{Q}$ (от англ. *quotient*).
- Действительные (вещественные) числа представляют собой расширение множества рациональных чисел, замкнутое относительно некоторых (важных для математического анализа) операций предельного перехода. Множество вещественных чисел обозначается $\mathbb{R}$. Его можно рассматривать как пополнение поля рациональных чисел $\mathbb{Q}$ при помощи нормы, являющейся обычной абсолютной величиной. Кроме рациональных чисел, $\mathbb{R}$ включает множество иррациональных чисел $\mathbb{I}$, не представимых в виде отношения целых.
- Комплексные числа $\mathbb{C}$, являющиеся расширением множества действительных чисел. Они могут быть записаны в виде $z=x+iy$, где i — мнимая единица, для которой выполняется равенство $i^2=-1$. Комплексные числа используются при решении задач электротехники, гидродинамики, картографии, квантовой механики, теории колебаний, теории хаоса, теории упругости и многих других. Комплексные числа

подразделяются на алгебраические и трансцендентные. При этом каждое действительное трансцендентное является иррациональным, а каждое рациональное число — действительным алгебраическим. Более общими (но всё ещё счётными) классами чисел, чем алгебраические, являются периоды, вычислимые и арифметические числа (где каждый последующий класс шире, чем предыдущий).

Для перечисленных множеств чисел справедливо следующее выражение: $\mathbb{P} \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2.

Задания конкурса: «Я знаю математику».

Математика.

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $0{,}9 \cdot (-10)^2 - 120$.

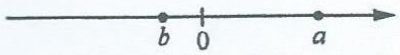
2 В таблице даны результаты забега мальчиков 8 класса на дистанцию 60 м. Зачёт выставляется при условии, что показан результат не хуже 10,5 с.

Номер дорожки	I	II	III	IV
Время (в с)	10,6	9,7	10,1	11,4

Укажите номера дорожек, по которым бежали мальчики, получившие зачёт.

1) только I 2) только II 3) I, IV 4) II, III

3 На координатной прямой отмечены числа a и b.

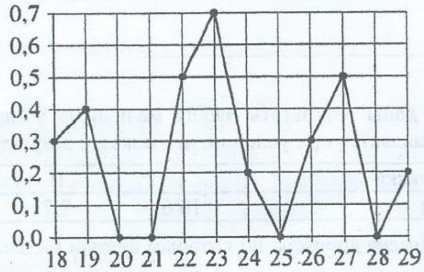


Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

1) $ab<0$ 2) $a-b<0$ 3) $a+b>0$ 4) $ab^2>0$

4 Для покраски 1 кв. м потолка требуется 220 г краски. Краска продаётся в банках по 2,5 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно для покраски потолка площадью 68 кв. м?

5 На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линиями.



Определите по рисунку, какого числа в первый раз за указанный период выпало 0,5 миллиметра осадков за сутки.

6 На диаграмме показано содержание питательных веществ в фасоли. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание углеводов.

*к прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества

1) 15–25% 2) 25–35% 3) 35–45% 4) 50–60%

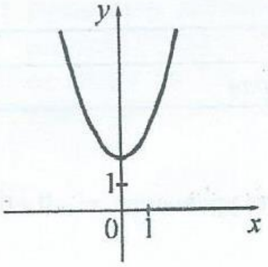
В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

7 В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

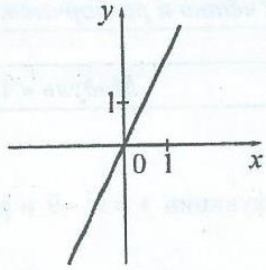
8 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

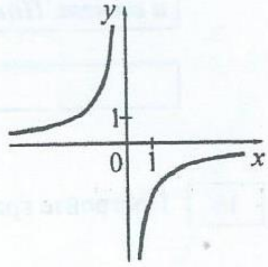
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = x^2 + 2$ 2) $y = -\frac{2}{x}$ 3) $y = 2x$

Ответ:

А	Б	В

9 Установите соответствие между величинами и их значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) толщина волоса	1) 40 000 км
Б) рост новорождённого ребёнка	2) 50 см
В) длина футбольного поля	3) 0,1 мм
Г) длина экватора	4) 105 м

В таблице под каждой буквой, соответствующей величине, укажите номер её значения.

Ответ:

А	Б	В	Г

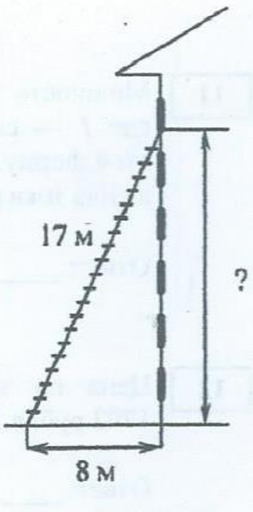
10 Найдите значение выражения $-24ab+3(4a+b)^2$ при $a=\dfrac{1}{4\sqrt{3}}$, $b=\sqrt{3}$.

11 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P=I^2R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R, если мощность составляет 98 Вт, а сила тока равна 7 А. Ответ дайте в омах.

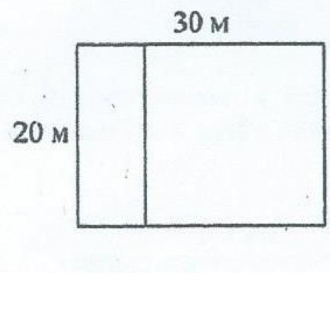
12 Цена на электрический чайник была повышена на 12% и составила 1792 рубля. Сколько рублей стоил чайник до повышения цены?

Модуль «Геометрия»

13 Пожарную лестницу длиной 17 м приставили к окну шестого этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 8 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.



14 Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 20 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите суммарную длину забора в метрах.



Часть 2

Модуль «Алгебра»

15 Постройте график функции $y=x^2-9$ и решите уравнение $x^2-9=0$.

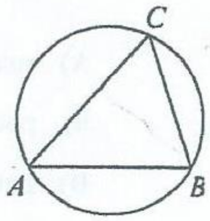
16 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x+0,7\le 0, \\ x-1\ge -5. \end{cases}$$

17 Баржа прошла по течению реки 48 км и, повернув обратно, прошла ещё 42 км, затратив на весь путь 5 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Модуль «Геометрия»

18 В треугольнике ABC угол C равен 60°,сторона AB равна 12, сторона BC равна 9. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.



19 В трапецию $ABCD$ вписана окружность радиусом 3. Боковые стороны трапеции равны 8 и 12. Найдите площадь этой трапеции.