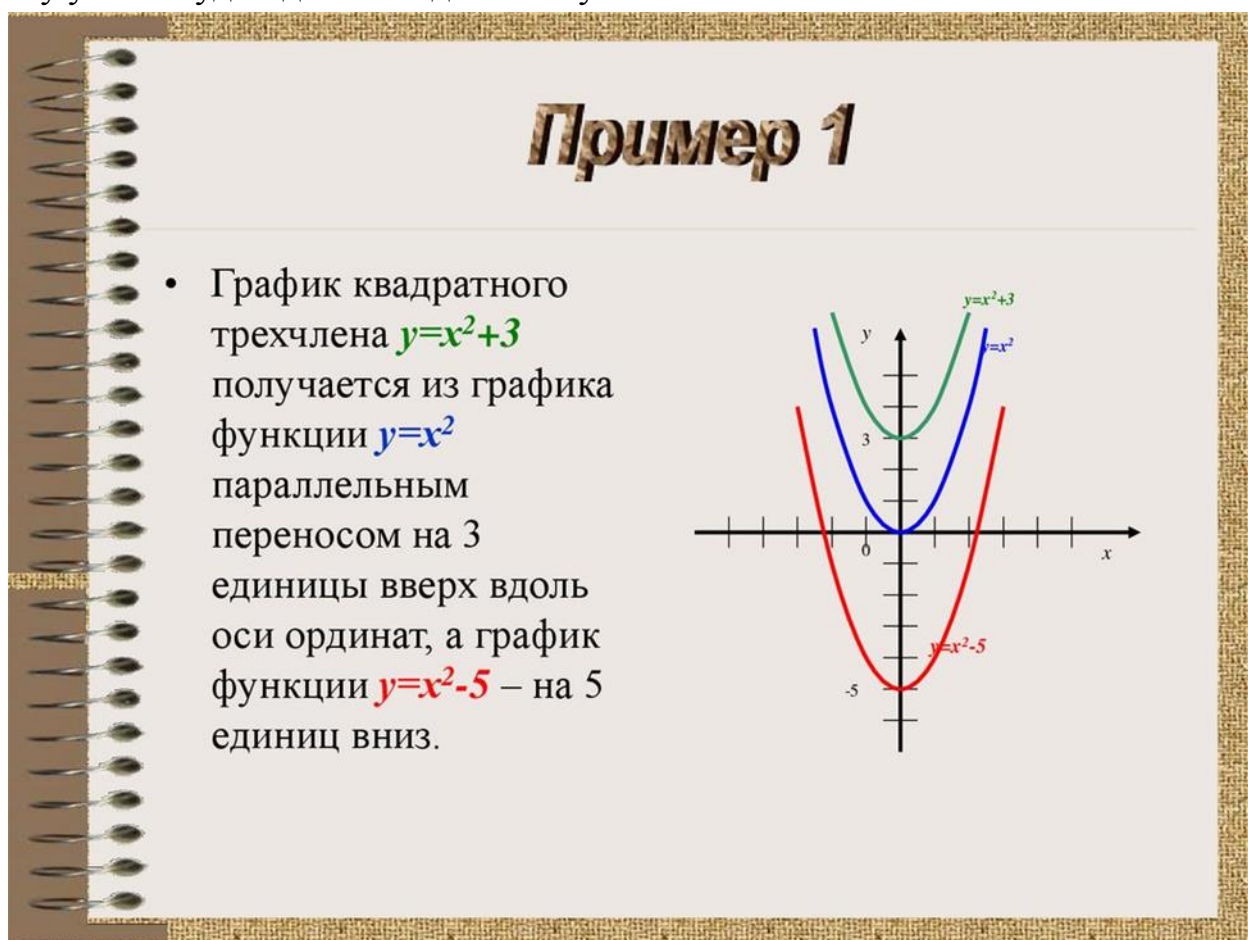


Занятие 43

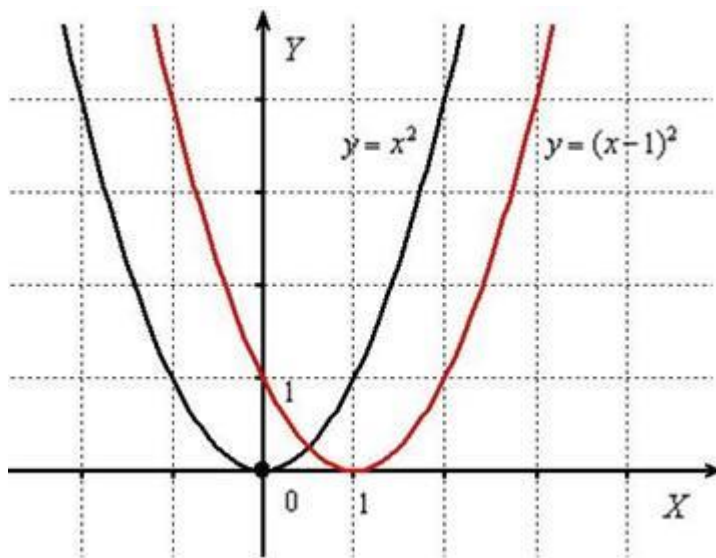
Тема. Преобразования графиков функций. Параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y=x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

1. **Параллельный перенос.** График функции можно перенести вверх-вниз и вправо-влево. Рассмотрим параллельный перенос на квадратичной функции.

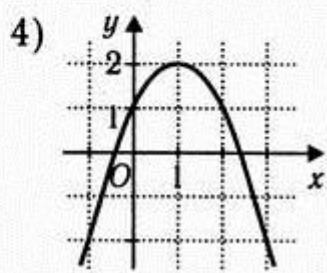
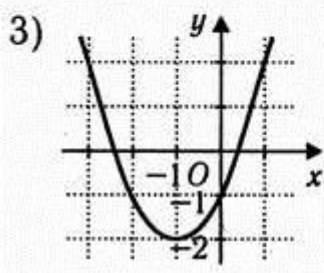
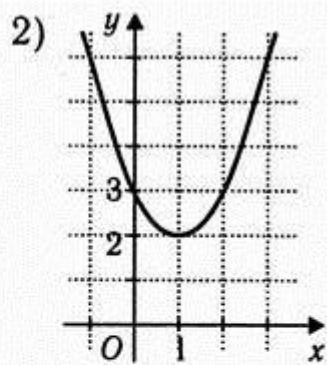
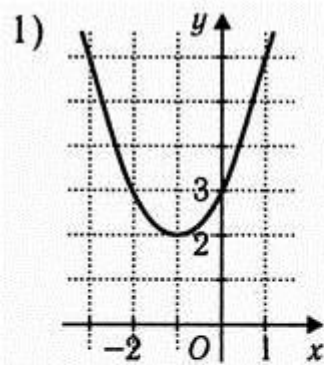
Для того, чтобы построить график функции $y=x^2 + 3$ или $y= x^2 - 5$, параболу $y= x^2$ будем двигать вдоль оси y .



Если задана функция $y=(x-1)^2$, то чтобы ее построить достаточно перенести параболу $y=x^2$ вправо на 1. Обратите внимание на то, что 1 отнимается от x , значит, и двигать будем по оси x . Ни вверх, ни вниз график не сдвигается. Мы осуществили параллельный перенос вдоль оси x вправо. Аналогично, если в скобке будет $x+1$, то двигать будем влево.



Рассмотрим следующие графики и запишем, какой функции они принадлежат.



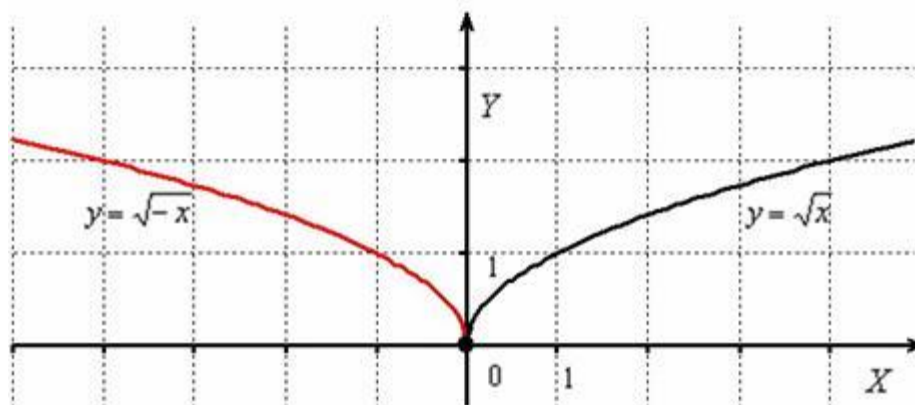
Под цифрой 1) парабола $y = x^2$ перенесена вдоль y на 2 единицы вверх и вдоль оси x на 1 единицу влево. Значит, это график функции $y = (x + 1)^2 + 2$. Обратите внимание: если по оси x перенесли влево, то к x прибавляем, если вправо, отнимаем. С игроком вроде все понятно: на сколько подняли график, столь и прибавляем в правой части.

2) $y = (x - 1)^2 + 2$.

3) $y = (x + 1)^2 - 2$.

4) $y = -(x - 1)^2 + 2$. Откуда появился минус перед скобкой? Да парабола-то ветвями вниз.

2. Симметрия относительно осей координат.



Для того, чтобы построить график $y = \sqrt{-x}$, надо всего лишь отразить его относительно оси y .

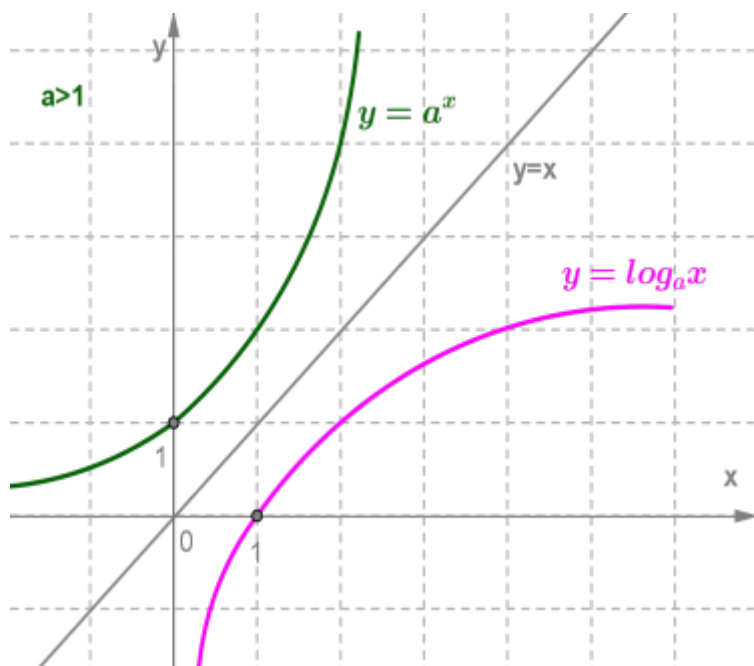
А как строится график $y = -\sqrt{x}$? Правильно, симметрично относительно оси x . Постройте его самостоятельно.

3. Симметрия относительно начала координат.

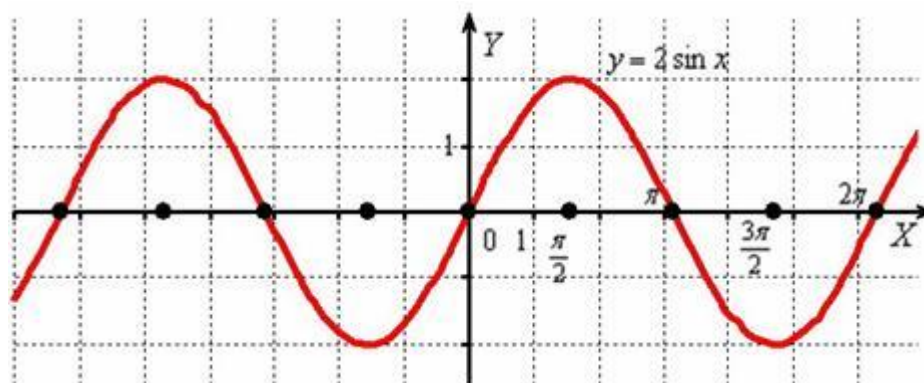
Рассмотрим на предыдущей функции. Как найти точки, симметричные относительно начала координат? Вспоминает центральную симметрию. Берем любую точку на графике $y = \sqrt{x}$, соединяем с началом координат. Продолжаем прямую дальше и откладываем на ней расстояние, равное расстоянию от выбранной точки до начала координат. Получаем точку графика, симметричного данному относительно начала координат. И так несколько точек. Постройте самостоятельно.

4. Симметрия относительно прямой $y=x$.

Графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой $y=x$. Вспомним недавно рассмотренные функции $y=2^x$ и $y=\log_2 x$.

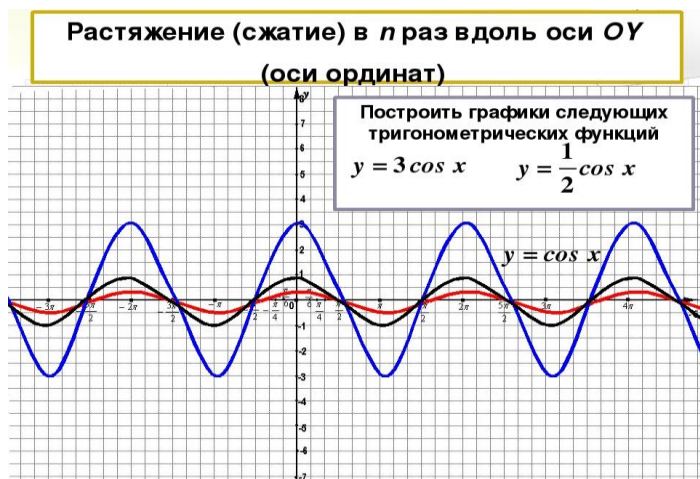


5. Растяжение и сжатие вдоль осей координат



Это растяжение вдоль оси y . Каждая координата y умножается на 2 (в данном случае). Если коэффициент будет равен $\frac{1}{2}$, то каждая координата y будет делиться на 2. График тогда будет прижат к оси x . Это будет сжатие вдоль оси y .

Посмотрите, что происходит с графиками функции $y = \cos x$.



А вот сжатие вдоль оси x :

