Занятие 25

Тема. Формулы приведения.

Если под знаком тригонометрической функции содержится выражение $\frac{\pi}{2} + t$, $\frac{\pi}{2} - t$, $\pi + t$, $\pi - t$, $\frac{3\pi}{2} + t$, $\frac{3\pi}{2} - t$ и вообще любое выражение вида $\frac{\pi n}{2} \pm t$, где n — произвольное целое число, то такое выражение всегда можно привести к более простому виду, при котором под знаком тригонометрической функции будет содержаться только аргумент t. Соответствующие формулы обычно называют *формулами приведения*. Некоторые из этих формул мы вывели в § 6, говоря о свойствах синуса, косинуса, тангенса и котангенса:

$$\sin(\pi + t) = -\sin t;$$
$$\cos(\pi + t) = -\cos t;$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = \cos t;$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\sin t;$$
$$\operatorname{tg}(\pi + t) = \operatorname{tg} t;$$
$$\operatorname{ctg}(\pi + t) = \operatorname{ctg} t.$$

1) Если под знаком преобразуемой тригонометрической функции содержится выражение $\pi + t$, $\pi - t$, $2\pi + t$ или $2\pi - t$, то наименование тригонометрической функции следует сохранить.

2) Если под знаком преобразуемой тригонометрической функции содержится выражение $\frac{\pi}{2} + t$, $\frac{\pi}{2} - t$, $\frac{3\pi}{2} + t$ или $\frac{3\pi}{2} - t$, то наименование тригонометрической функции следует изменить на родственное (синус — на косинус, косинус — на синус, тангенс — на котангенс, котангенс — на тангенс).

3) Перед полученной функцией от аргумента t надо поставить тот знак, который имела бы преобразуемая функция при условии, что $0 < t < \frac{\pi}{2}$.

Это правило используется и в тех случаях, когда аргумент задан в градусах, т. е. когда под знаком тригонометрической функции содержится выражение $90° + \alpha$, $90° - \alpha$, $180° + \alpha$ и т. д.

Преобразуем $\sin(\pi + t)$. Наименование функции сохраняется, т. е. записываем $\sin t$. Далее, если предположить, что $0 < t < \frac{\pi}{2}$, то $\pi + t$ — аргумент из третьей четверти, а в ней преобразуемая функция синус имеет знак минус. Этот знак надо поставить перед записанной функцией. Таким образом, $\sin(\pi + t) = -\sin t$ (так и записано на с. 63).

Преобразуем $\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right)$. Наименование функции изменяется, т. е. записываем $\sin t$. Далее, если предположить, что $0 < t < \frac{\pi}{2}$, то $\frac{\pi}{2} + t$ — аргумент из второй четверти, а в ней преобразуемая функция косинус имеет знак минус. Этот знак надо поставить перед записанной функцией. Таким образом, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = -\sin t$