

Практическая работа №16

Применение определенного интеграла для вычисления площадей и физических величин.

Цели. 1. Проверка умения применять определенный интеграл для решения прикладных задач. 2. Проверка умения строить графики функций. 3. Проверка умения находить пределы интегрирования.

Обратите внимание, что ниже написаны пояснения к выполнению работы.

1. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $x^2 - 6x + 5$ и осью абсцисс (Ox).
2. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = (x + 1)^2$ и $y = 1 - x$.
3. Найти площадь фигуры, заключённой между параболой $y = 12 + 6x - x^2$ и $y = x^2 - 2x + 2$.
4. Скорость прямолинейного движения тела выражается формулой $v = 2t + 3t^2$ (м/с). Найти путь, пройденный телом за 5 секунд от начала движения.
5. Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью $v_1 = (6t^2 + 2t)$ м/с, второе – со скоростью $v_2 = (4t + 5)$ м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 4 с?

Пояснения к выполнению заданий.

1. Для построения параболы надо найти точки пересечения параболы с осью Ox . Это значит, надо решить уравнение $x^2 - 6x + 5 = 0$. Корни этого уравнения будут пределами интегрирования в определенном интеграле. Так как фигура расположена под осью Ox , перед интегралом ставим знак минус, иначе площадь будет отрицательной. Вычисляем интеграл.
2. При построении графиков учитываем, что уравнение $(x + 1)^2 = 0$ имеет один корень, следовательно, парабола имеет одну общую точку с осью Ox ; для построения прямой (вторая функция) достаточно двух точек. Для нахождения пределов интегрирования надо приравнять заданные функции и решить полученное уравнение. Корни этого уравнения и будут пределами интегрирования. Меньший корень – нижний предел, больший – верхний. Функция, которую интегрируем, определяется как разность между верхней функцией на графике и нижней. Вычисляем интеграл.
3. Для построения парабол сначала найдите координаты вершин параболы по формуле $x_0 = -\frac{b}{2a}$. Для нахождения координаты y подставляем x_0 в функцию.

Затем возьмите минимум по две точки дополнительно для завершения построения парабол. Для определения пределов интегрирования приравняйте заданные функции и решите уравнение. Найденные корни будут пределами интегрирования. Вычисляем интеграл.

4. Найти первообразную для v , получим закон изменения расстояния.

Подставить в S вместо t 5 секунд.

5. Найти первообразные для v_1 и v_2 , получим расстояния. Подставить 4 с и S_1 и S_2 и найти разницу расстояний.