

Занятие 30

Тема. Применение основных численных методов для решения прикладных задач: исследование на сходимость рядов с положительными членами.

Подготовка к ПР №14.

1. Вычислить пять первых членов ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{4n-3}$.

Подставляем вместо n последовательно значения 1,2,3,4,5 и считаем значение дроби. $\frac{1+4}{4 \cdot 1 - 3} = \frac{5}{1} = 5$; $\frac{2+4}{4 \cdot 2 - 3} = \frac{6}{5}$; И так далее. Записываем через запятую 5, $\frac{6}{5}$,

2. Найдите четвертую частичную сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n-3}{2n+3}$

Считаем четыре члена ряда и их складываем. При подстановке последовательно 1,2,3,4 получим $\frac{2}{5}$, 1, $\frac{4}{3}$, $\frac{17}{11}$. При вычислении дроби обязательно сокращать. Затем находим сумму

$$\frac{2}{5} + 1 + \frac{4}{3} + \frac{17}{11} = \frac{2}{5} + 1 + 1\frac{1}{3} + 1\frac{6}{11} = 3 + \frac{2 \cdot 33 + 1 \cdot 55 + 6 \cdot 15}{165} = 3 + \frac{66 + 55 + 90}{165} = 3 + \frac{211}{165} = 4\frac{46}{165}$$

Поясняю тем, кто совсем все забыл: выделили в неправильных дробях целую часть, отдельно сложили целые, для дробей нашли общий знаменатель.

3. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n-1}$.

Определяем, стремится ли общий член ряда к нулю при n стремящемся к бесконечности. Разделим числитель и знаменатель на n . Получим $\frac{2+\frac{1}{n}}{3-\frac{1}{n}}$. Дроби стремятся к нулю, поэтому ими пренебрегаем. Получим $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n-1} = \frac{2}{3} \neq 0$. Не выполняется необходимое условие сходимости, делаем вывод, что ряд РАСХОДИТСЯ.

4. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2+1}$. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n+1}{n^2}}{\frac{n^2+1}{n^2}} =$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{1 + \frac{1}{n^2}} = \frac{0}{1} = 0$. Ряд может как сходиться, так и расходиться. Применим

признак Даламбера.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1+1}{(n+1)^2+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n^2+2n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n+2}{n^2}}{\frac{n^2+2n+2}{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2}}{1 + \frac{2}{n} + \frac{2}{n^2}} = \frac{0}{1} = 0 < 1. \quad \text{Ряд}$$

сходится.

Практическая работа №14

1. Вычислить пять первых членов ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+8}{5n-4}$.
2. Найдите пятую частичную сумму ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n-3}{3n+3}$
3. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{4n+2}$.
4. Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+3}$