Занятие 10_12_2021 и 11_12_2021

Продолжается тема «Дифф. уравнения», сделайте конспект, учитывая, **что диф. уравнения 2 порядка – это тема на 11_12_2021**
В ZOOM будем решать диф. уравнения вместе. Для курсантов, которые по уважительной причине не смогут присутствовать на занятии в ZOOM, решенные уравнения будут размещены в «группе».

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными..

Дифференциальные уравнения f(y)dy =f(x)dx называют уравнениями с разделяющимися переменными.
Название этого вида дифференциальных уравнений достаточно показательно: выражения, содержащие переменные *x* и *y*, разделены знаком равенства, то есть, находятся по разные стороны от него.
Будем считать, что функции *f(y)*и *g(x)* непрерывны.
Общим интегралом уравнения с разделенными переменными является равенство $\int f(y)dy = \int g(x)dx$. Если интегралы из этого равенства выражаются в элементарных функциях, то мы можем получить общее решение дифференциального уравнения как неявно заданную функцию *Φ(x, y) = 0*, а иногда получается выразить функцию *y* в явном виде.
Напомним, что y' = dy/dx
В дифференциальных уравнениях $f_1(y)\cdot g_1(x)\cdot y' = f_2(y)\cdot g_2(x)$ переменные могут быть разделены, проведением преобразований. Такие ОДУ называются дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными. Соответствующее ДУ с разделяющимися переменными запишется как

$$\frac{f_1(y)}{f_2(y)}dy = \frac{g_2(x)}{g_1(x)}dx$$

При разделении переменных следует быть очень внимательными, чтобы проводимые преобразования были эквивалентными (чтобы $f_2(y)$ и $g_1(x)$ не обращались в ноль на интервале интегрирования). В противном случае можно потерять некоторые решения.
Уравнения с разделяющимися переменными - **y' = f (x) g (y)**
1. y' = dy/dx.
2. Разделить переменные.
3. Проинтегрировать

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.

Сначала вспомним обычные алгебраические уравнения. Они содержат переменные и числа. Простейший пример: . Что значит решить обычное уравнение? Это значит, найти множество чисел, которые удовлетворяют данному уравнению. Легко заметить, что «детское» уравнение имеет единственный корень.
«Диффуры» устроены примерно так же!
Дифференциальное уравнение первого порядка в общем случае содержит:
1) независимую переменную;
2) зависимую переменную (функцию);
3) первую производную функции.

В некоторых уравнениях 1-го порядка может отсутствовать «икс» или (и) «игрек», но это не существенно – важно чтобы в ДУ была первая производная , и не было производных высших порядков – , и т.д.
Что значит решить дифференциальное уравнение? Решить дифференциальное уравнение – это значит, найти множество всех функций, которые удовлетворяют данному уравнению.
Дифференциальное уравнение вида $y'+a(x)y=f(x)$, где $a(x)$ и $f(x)$ − непрерывные функции, называется линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка.
$y' + P(x)\, y = 0$ — **линейное однородное дифференциальное уравнение** с разделяющимися переменными.
Рассмотрим линейное однородное дифференциальное уравнение $y' + P(x)\, y = 0$. Это и уравнение с разделяющимися переменными, значит,

$$dy/dx = - P(x)\, y$$

или

$$dy/y = - P(x)\, dx.$$

Проинтегрируем последнее уравнение:

$$\ln y = \ln C - \int P(x)\, dx.$$

Линейные однородные дифференциальные уравнения 2 порядка с постоянными коэффициентами.
В теории и практике различают два типа таких уравнений – однородное уравнение и неоднородное уравнение.
Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами - уравнение вида $y''+py'+qy=0$, где p,q − постоянные коэффициенты. Для каждого такого дифференциального уравнения можно записать так называемое характеристическое уравнение:$\lambda 2 + p\lambda + q = 0$
Это уравнение называется характеристическим уравнением, а его корни — характеристическими числами уравнения $y''+py'+qy=0$
Заметим, что характеристическое уравнение может быть составлено по данному дифференциальному уравнению заменой y'', y' и y на $\lambda 2$, λ и 1, т. е. степень λ совпадает с порядком производной, если условиться считать, что производная нулевого порядка от функции есть сама функция $y(0) \equiv y$.
Структура фундаментальной системы решений, а вместе с ней и общего решения уравнения зависит от вида корней характеристического уравнения.