

## Занятие 26

Тема. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.

Продолжим изучение формул тригонометрии, но сначала обсудим один вопрос, который, наверное, вы уже задавали своему учителю: формул тригонометрии очень много, неужели все эти формулы мы должны помнить, как таблицу умножения? Запоминать все формулы не нужно! Вы должны, во-первых, иметь представление о том, что эти тригонометрические формулы существуют, и, во-вторых, научиться применять их на практике. Главное — выписать нужные формулы, удачно их расположить и держать перед глазами, когда решаете тригонометрический пример. В конце главы 4 мы составим такую «шпаргалку».

В этом параграфе речь пойдет о формулах, особенно полезных при решении тригонометрических уравнений, поскольку они позволяют сумму или разность синусов или косинусов разложить на множители.

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}.$$

$$\sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2}.$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}.$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$

$$\sin s \cos t = \frac{\sin(s+t) + \sin(s-t)}{2}.$$

$$\cos s \cos t = \frac{\cos(s+t) + \cos(s-t)}{2}.$$

$$\sin s \sin t = \frac{\cos(s-t) - \cos(s+t)}{2}.$$

Таковы три формулы, позволяющие преобразовать произведение тригонометрических функций в сумму.

Рекомендую пополнить тетрадь со справочными данными.

### ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ТРИГОНОМЕТРИИ

Завершая главу 4, соберем все основные формулы тригонометрии и расположим их так, чтобы ими было удобно пользоваться. Разумеется, все эти формулы применяются только при допустимых значениях аргументов.

1. *Формулы, связывающие тригонометрические функции одного и того же аргумента:*

- |  |   |
|--|---|
| 1) $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x};$        | 4) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1;$                         |
| 2) $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x};$       | 5) $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x};$  |
| 3) $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1;$ | 6) $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}.$ |

2. *Формулы, связывающие функции аргументов, из которых один вдвое больше другого:*

1)  $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ ;

2)  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ ;

3)  $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$ ;

4)  $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ ;

5)  $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ .

3. *Формулы сложения аргументов:*

1)  $\sin (x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$ ;

2)  $\sin (x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$ ;

3)  $\cos (x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ ;

4)  $\cos (x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$ ;

5)  $\operatorname{tg} (x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$ ;

6)  $\operatorname{tg} (x - y) = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$ .

4. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведения:

$$1) \sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2};$$

$$2) \sin x - \sin y = 2 \sin \frac{x-y}{2} \cos \frac{x+y}{2};$$

$$3) \cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2};$$

$$4) \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}.$$

5. Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы:

$$1) \sin x \cos y = \frac{\sin(x+y) + \sin(x-y)}{2};$$

$$2) \cos x \cos y = \frac{\cos(x+y) + \cos(x-y)}{2};$$

$$3) \sin x \sin y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2}.$$