Занятие 51

Основные приемы решения уравнений. Решение систем уравнений. Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.

Практическая работа №9

Цель. Проверка умения решать разного вида уравнения, применяя метод введения новой переменной. Проверка умения решать логарифмические неравенства и системы линейных уравнений. Проверка умения решать неравенства.

Ребята, первый вариант частично прорешан, частично даны указания. Внимательно посмотрите его. Решить второй вариант и выслать работу не позднее субботы 16.01

1 вариант

Решить уравнения:

1. а) $2^{2x+1} + 2^{x+1} - 4 = 0$, б) $x^6 - 3x^3 + 2 = 0$.
2. $\sqrt{\frac{2x+2}{3x-1}} + \sqrt{\frac{3x-1}{2x+2}} = 2$.
3. $\frac{(x+4)(x-2)^2(3-x)}{x^2} \leq 0$
4. Решить неравенства: а) $\log_3(4x-3) > 2$; б) $\log_{\frac{1}{2}}(6-x) \geq \log_{\frac{1}{2}} x^2$.
5. Решить систему уравнений: $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - y = -3 \end{cases}$

Решения и пояснения.

1. а) $2^{2x} \cdot 2 + 2^x \cdot 2 - 4 = 0$,
   $2^x = t, t > 0$
   $2t^2 + 2t - 4 = 0$
   $t^2 + t - 2 = 0$
   t_1= - 2< 0, не рассматриваем,
   t_2=1, $2^x = 1$, x=0.
   б) $x^6 - 3x^3 + 2 = 0$
   $x^3 = t$, $t^2 - 3t + 2 = 0$,
   $t = 1$ и $t = 2$
   $x^3 = 1, x = 1$

$x^3 = 2, \ x = \sqrt[3]{2}$

2. $\sqrt{\frac{2x+2}{3x-1}} + \sqrt{\frac{3x-1}{2x+2}} = 2$

   Аналогичное уравнение решено на онлайн занятии. Не забываем про ОДЗ. Один из корней обозначаем за t, второй - $\frac{1}{t}$

3. $\frac{(x+4)(x-2)^2(3-x)}{x^2} \le 0$

РНМИ

Обращаем внимание на то, что при переходе через точки x=2 и x=0 смены знака не будет.

4. а) $\log_3(4x-3) > 2$;

   Представляем 2 как $\log_3 3^2$

   $\log_3(4x-3) > \log_3 3^2$;

   Основание 3$>$ 1, знак сравнения остается прежним.

   4x-3$>$ 9, 4x$>$ 12, $x > 3$.

   б) $\log_{\frac{1}{2}}(6-x) \ge \log_{\frac{1}{2}} x^2$

   Обязательно ОДЗ.

   $\begin{cases} 6-x > 0 \\ x^2 > 0 \end{cases}$

   $\begin{cases} x < 6 \\ x \ne 0 \end{cases}$

   Далее учитываем, что основание меньше 1, следовательно, меняем знак сравнения.

   Решив неравенство, получим $x \le -3$ и $x \ge 2$.

   Совместив с ОДЗ, получим: $x \in (-\infty; \ -3], [2; 6)$.

5. $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - y = -3 \end{cases}$

   Систему уравнений решаем любым способом: способом подстановки, способом сложения, графически.

   Способ сложения:

   $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 2x - 2y = -6 \end{cases}$ (умножили второе уравнение на 2)

   $5x = -5$ (сложили уравнения почленно).

   $x = -1$

$-1-y=-3$ (подставили значение x во второе уравнение, оно проще. Можно в любое)

$y=2$.

Ответ: $(-1; 2)$.

2 вариант

Решить уравнения:

1. а) $3^{2x+2}+3^{x+2}-18=0$, б) $x^6-5x^3+4=0$.
2. $\sqrt{\frac{x-2}{2x+3}}+\sqrt{\frac{2x+3}{x-2}}=2$.
3. $\frac{(x+2)x^2(-x+2)}{(x-1)^2}\le 0$
4. Решить неравенства: а) $\log_5(3x+1)<2$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2+6)<\log_{\frac{1}{3}}5x$.
5. Решить систему уравнений: $\begin{cases}3x-2y=5\\ x+y=5\end{cases}$